

九州大学（理系） 2004 年 第 1 問

$n = 0, 1, 2, \dots$ に対して $I_n = \frac{(-1)^n}{n!} \int_0^2 x^n e^x dx$ とおく。ただし、 $0! = 1$ とする。

- (1) I_0 の値を求め、 $n = 1, 2, \dots$ のとき I_n と I_{n-1} の関係式を求めよ。また、これらを用いて I_3 の値を求めよ。
- (2) $0 \leq x \leq 2$ に対して $e^x \leq e^2$ であることを利用して、次の不等式を示せ。

$$\frac{1}{n!} \int_0^2 x^n e^x dx \leq 2e^2 \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

- (3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k 2^k}{k!}$ を求めよ。