

九州大学（文系） 2004 年 第 2 問

複素数平面上に複素数 $z = \cos \theta + i \sin \theta$ ($0^\circ < \theta < 180^\circ$) をとり, $\alpha = z + 1$, $\beta = z - 1$ とおく。

(1) $|\beta| = 2 \sin \left(\frac{\theta}{2} \right)$ を示せ。

(2) $\arg \beta = \frac{\theta}{2} + 90^\circ$ を示せ。ただし, $0^\circ \leq \arg \beta < 360^\circ$ とする。

(3) $\theta = 60^\circ$ とする。9 つの複素数 $\alpha^m \beta^n$ ($m, n = 1, 2, 3$) の虚部の最小値を求め, その最小値を与える (m, n) のすべてを決定せよ。