

九州大学（文系） 2003 年 第 1 問

実数 a, c を係数とする関数 $f(x) = ax^2 + c$ について、次の条件を考える。

(*) $0 \leq x \leq 1$ の範囲で $f(x) \geq (x+1)^2$ が成立する。

- (1) $a \geq 2$ のとき、条件 (*) を満たす最小の c の値は $\frac{a}{a-1}$ であることを示せ。
- (2) $a \leq 2$ のとき、条件 (*) を満たす最小の c の値は $4-a$ であることを示せ。
- (3) 関数 $f(x)$ が条件 (*) を満たしているとき、定積分 $\int_0^1 f(x) dx$ を最小にする a, c と、そのときの定積分の値を求めよ。