

九州大学 (理系) 2002 年 第 4 (B) 問

複素数平面上の原点を中心とする半径 1 の円 C 上に相異なる 3 点 z_1, z_2, z_3 をとる。次の問いに答えよ。

- (1) $w_1 = z_1 + z_2 + z_3$ とおく。点 w_1 は 3 点 z_1, z_2, z_3 を頂点とする三角形の垂心になることを示せ。ここで、三角形の垂心とは、各頂点から対辺またはその延長線上に下ろした 3 本の垂線の交点のことであり、これらの 3 本の垂線は 1 点で交わることが知られている。
- (2) $w_2 = -\overline{z_1}z_2z_3$ とおく。 $w_2 \neq z_1$ のとき、2 点 z_2, z_3 を通る直線上に点 z_1 から下ろした垂線またはその延長線が円 C と交わる点は w_2 であることを示せ。ここで $\overline{z_1}$ は z_1 に共役な複素数である。
- (3) 2 点 z_2, z_3 を通る直線とこの直線上に点 z_1 から下ろした垂線との交点は、点 w_1 と点 w_2 を結ぶ線分の中点であることを示せ。ただし、 $w_1 = w_2$ のときは、 w_1 と w_2 の中点は w_1 と解釈する。