

九州大学 (文系) 2002 年 第 4 (E) 問

次の問いに答えよ。

- (1) 複素数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ は $\alpha \neq \beta, \gamma \neq \delta$ をみたすとする。複素数平面上の 2 点 α, β を通る直線が、2 点 γ, δ を通る直線と直交するための必要十分条件は、複素数 $\frac{\alpha - \beta}{\gamma - \delta}$ が純虚数であることを示せ。

複素数平面上の原点を中心とする半径 1 の円 C 上に相異なる 3 点 z_1, z_2, z_3 をとる。
次の問いに答えよ。

- (2) $w_1 = z_1 + z_2 + z_3$ とおく。点 w_1 は 3 点 z_1, z_2, z_3 を頂点とする三角形の垂心になることを示せ。ここで、三角形の垂心とは、各頂点から対辺またはその延長線上に下ろした 3 本の垂線の交点のことであり、これらの 3 本の垂線は 1 点で交わることが知られている。
- (3) $w_2 = -\overline{z_1 z_2 z_3}$ とおく。 $w_2 \neq z_1$ のとき、2 点 z_2, z_3 を通る直線上に点 z_1 から下ろした垂線またはその延長線が円 C と交わる点は w_2 であることを示せ。ここで $\overline{z_1}$ は z_1 に共役な複素数である。