

九州大学（理系） 2001 年 第 5 (D) 問

関数 $f(x)$ の第 2 次導関数はつねに正とし、関数 $y = f(x)$ のグラフ G 上の点 $P(t, f(t))$ における接線と x 軸のなす角を $\theta(t)$ とする。ただし $\theta(t)$ は $-\frac{\pi}{2} < \theta(t) < \frac{\pi}{2}$ で接線の傾きが正、負、0 に従って正、負、0 の値をとるものとする。また、点 P における G の法線上に P から距離 1 の点 $Q(\alpha(t), \beta(t))$ を G の下側にとる。

- (1) $\theta(t)$ はつねに増加することを示せ。
- (2) $\alpha(t), \beta(t)$ を求めよ。
- (3) t が a から b ($a < b$) まで変化するとき、点 P, Q が描く曲線の長さをそれぞれ L_1, L_2 とする。 $L_2 - L_1$ を $\theta(a)$ と $\theta(b)$ を用いて表せ。