

九州大学 (理系) 2000 年 第 5 (E) 問

平面上の点の極座標を、原点 O からの距離 $r (\geq 0)$ と偏角 θ を用いて (r, θ) で表す。

- (1) 平面上の 2 曲線

$$C_1 : r = 2 \cos(\pi + \theta), \quad C_2 : r = 2(\cos \theta + 1) \quad \left(\text{ただし, } \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2} \right)$$

の概形を描き、この 2 曲線 C_1, C_2 の交点の極座標を求めよ。

- (2) 平面上の 3 点 P_1, P_2, E の極座標をそれぞれ $(r_1, \theta_1), (r_2, \theta_2), (1, 0)$ とするとき、三角形 OEP_1 と三角形 OP_2Q とが相似となる点 Q を $P_1 * P_2$ で表す。点 $P_1 * P_2$ の極座標を求めよ。ただし、点 Q は $\angle EOP_1 = \angle P_2OQ$ となるように向きも込めて定める。
- (3) 3 点 O, P_1, P_2 が同一直線上にないとき、四角形 OP_1RP_2 が平行四辺形となるような点 R を $P_1 \circ P_2$ で表す。 P_1, P_2 の極座標が $(r_1, \theta_1), (r_2, \theta_2)$ で $r_1 = r_2 = r$ のとき、点 $P_1 \circ P_2$ の極座標を求めよ。
- (4) さらに、平面上の点 P の極座標を (r, θ) として、実数 k に対し点 kP を、 $k \geq 0$ のときは極座標が (kr, θ) となる点、 $k < 0$ のときは $(|k|r, \theta + \pi)$ となる点とする。(1) で求めた 2 曲線 C_1, C_2 の交点を V として、点 $k(V \circ (V * V))$ が曲線 C_1 上にあるための k の条件を求めよ。