

九州大学（理系） 2000 年 第 1 問

係数が 0 か 1 である x の整式を，ここでは M 多項式とよぶことにする。整数を係数とする x の整式は，偶数の係数を 0 でおきかえ，奇数の係数を 1 でおきかえると M 多項式になる。2 つの整式は，このおきかえによって等しくなるとき合同であるという。例えば， $5x^2 + 4x + 3$ と $x^2 - 1$ とは対応する M 多項式が共に $x^2 + 1$ となるので，合同である。

M 多項式は，2 つの 1 次以上の M 多項式の積と合同になるとき可約であるといい，可約でないとき既約であるという。例えば， $x^2 + 1$ は $(x + 1)^2$ と合同であるから，可約である。

- (1) $x^2 + x + 1$ は既約な M 多項式であることを示せ。
- (2) 1 次から 3 次までの既約な M 多項式をすべて求めよ。
- (3) $x^4 + x + 1$ は既約な M 多項式かどうか判定せよ。