入 学 試 験 過 去 問 題

数　学

京都大学（理系）

対象年度： 2026 年

試験時間： 150 分

問題数： 6 問

配点： 200 点

$\boxed{1}$

(30 点)

a は 1 より大きい実数とし，k は実数とする．$0 < x < 1$ において定義された関数を

$$f(x) = \frac{1}{x^2\left(\log \dfrac{a}{x}\right)^2}$$

とおく．$y = f(x)$ と $y = k$ のグラフの共有点がちょうど 2 個存在するような実数の組 $(a,\ k)$ の集合を，座標平面上に図示せよ．ただし $\log x$ は自然対数とする．また，$\displaystyle\lim_{x \to +0} x \log x = 0$ が成り立つことを証明なしに用いてよい．

$\boxed{2}$

(30 点)

r は正の実数とする．1 辺の長さが 1 の正四面体 OABC において，辺 OA 上に点 P をとる．点 P が辺 OA 上のどこにあっても，点 P を中心とする半径 r の球面が，辺 BC と共有点をもたないような r の範囲を求めよ．ただし，点 O，A は辺 OA に含まれ，点 B，C は辺 BC に含まれるとする．

$\boxed{3}$

(35 点)

n は正の整数とする．整数係数の多項式

$$(x+1)^{2^{n+1}} - (x^2+1)^{2^n}$$

のすべての係数が 2^m で割り切れるような正の整数 m のうち，最大のものは $n+1$ であることを示せ．

$\boxed{4}$

(35 点)

平面において，次の条件（$*$）を満たす正三角形の 1 辺の長さの最小値を求めよ．

（$*$） 1 辺の長さが 1 の正方形であって，4 つの頂点がすべてその正三角形の内部または辺上にあるようなものが存在する．

$\boxed{5}$

(35 点)

a は $0 < a < \pi$ を満たす実数とする．2 つの関数 $y = \sin(x + a)$ と $y = \sin(x - a)$ のグラフの，$-\dfrac{\pi}{2} \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の部分が囲む領域を D_a とする．x 軸のまわりに D_a を 1 回転してできる立体の体積を求めよ．

$\boxed{6}$

(35 点)

n は 3 以上の整数とする．1 から n までの番号が書かれた n 枚の札が袋に入っている．ただし，同じ番号が書かれた札はないとする．この袋から 3 枚の札を同時に取り出し，一番大きな番号を X とする．X の期待値を求めよ．

問題は，このページで終わりである。