

2017年度入学試験問題

数 学 (理系)

200 点満点

《配点は、一般選抜学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページがある。
3. 問題は全部で6題ある。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと。それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない。ただし、解答用ページに続き方をはっきり示した場合は、見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい。その場合は、解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。なお、他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。なお、計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き、計算などは、消さずに残しておいてもよい。
7. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

w を 0 でない複素数, x, y を $w + \frac{1}{w} = x + yi$ を満たす実数とする.

- (1) 実数 R は $R > 1$ を満たす定数とする. w が絶対値 R の複素数全体を動くとき, xy 平面上の点 (x, y) の軌跡を求めよ.
- (2) 実数 α は $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ を満たす定数とする. w が偏角 α の複素数全体を動くとき, xy 平面上の点 (x, y) の軌跡を求めよ.

2

(30 点)

四面体 $OABC$ を考える. 点 D, E, F, G, H, I は, それぞれ辺 OA, AB, BC, CO, OB, AC 上にあり, 頂点ではないとする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) $\overrightarrow{DG}$ と $\overrightarrow{EF}$ が平行ならば $AE : EB = CF : FB$ であることを示せ.
- (2) D, E, F, G, H, I が正八面体の頂点となっているとき, これらの点は $OABC$ の各辺の中点であり, $OABC$ は正四面体であることを示せ.

3

(35 点)

p, q を自然数, α, β を

$$\tan \alpha = \frac{1}{p}, \quad \tan \beta = \frac{1}{q}$$

を満たす実数とする. このとき

$$\tan(\alpha + 2\beta) = 2$$

を満たす p, q の組 (p, q) をすべて求めよ.

4

(35 点)

$\triangle ABC$ は鋭角三角形であり, $\angle A = \frac{\pi}{3}$ であるとする. また $\triangle ABC$ の外接円の半径は 1 であるとする.

- (1) $\triangle ABC$ の内心を P とするとき, $\angle BPC$ を求めよ.
- (2) $\triangle ABC$ の内接円の半径 r の取りうる値の範囲を求めよ.

5

(35 点)

$a \geq 0$ とする. $0 \leq x \leq \sqrt{2}$ の範囲で曲線 $y = xe^{-x}$, 直線 $y = ax$, 直線 $x = \sqrt{2}$ によって囲まれた部分の面積を $S(a)$ とする. このとき, $S(a)$ の最小値を求めよ.
(ここで「囲まれた部分」とは, 上の曲線または直線のうち 2 つ以上で囲まれた部分を意味するものとする.)

6

(35 点)

n を自然数とする. n 個の箱すべてに, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ の 5 種類のカードがそれぞれ 1 枚ずつ計 5 枚入っている. 各々の箱から 1 枚ずつカードを取り出し, 取り出した順に左から並べて n 桁の数 X を作る. このとき, X が 3 で割り切れる確率を求めよ.

問題は, このページで終わりである。

