

2011年度入学試験問題

数 学 (理系)

200 点満点

《配点は、一般選抜学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページがある。
3. 問題は全部で6題ある。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと。それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない。ただし、解答用ページに続き方をはっきり示した場合は、見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい。その場合は、解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。なお、他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。なお、計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き、計算などは、消さずに残しておいてもよい。
7. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(35 点)

次の各問に答えよ.

- (1) 箱の中に, 1 から 9 までの番号を 1 つずつ書いた 9 枚のカードが入っている. ただし, 異なるカードには異なる番号が書かれているものとする. この箱から 2 枚のカードを同時に選び, 小さい方の数を X とする. これらのカードを箱に戻して, 再び 2 枚のカードを同時に選び, 小さい方の数を Y とする. $X = Y$ である確率を求めよ.

- (2) 定積分 $\int_0^{\frac{1}{2}} (x+1)\sqrt{1-2x^2} dx$ を求めよ.

2

(35 点)

a, b, c を実数とし, O を原点とする座標平面上において, 行列 $\begin{pmatrix} a & 1 \\ b & c \end{pmatrix}$ によって表される 1 次変換を T とする. この 1 次変換 T が 2 つの条件

- (i) 点 $(1, 2)$ を点 $(1, 2)$ に移す
(ii) 点 $(1, 0)$ と点 $(0, 1)$ が T によって点 A, B にそれぞれ移るとき, $\triangle OAB$ の面積が $\frac{1}{2}$ である.

を満たすとき, a, b, c を求めよ.

3

(30 点)

xy 平面上で, $y = x$ のグラフと $y = \left| \frac{3}{4}x^2 - 3 \right| - 2$ のグラフによって囲まれる図形の面積を求めよ.

4

(30 点)

n は 2 以上の整数であり, $\frac{1}{2} < a_j < 1$ ($j = 1, 2, \dots, n$) であるとき, 不等式

$$(1 - a_1)(1 - a_2) \cdots (1 - a_n) > 1 - \left(a_1 + \frac{a_2}{2} + \cdots + \frac{a_n}{2^{n-1}} \right)$$

が成立することを示せ.

5

(35 点)

xyz 空間で, 原点 O を中心とする半径 $\sqrt{6}$ の球面 S と 3 点 $(4, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$, $(0, 0, 4)$ を通る平面 α が共有点を持つことを示し, 点 (x, y, z) がその共有点全体の集合を動くとき, 積 xyz が取り得る値の範囲を求めよ.

6

(35 点)

空間内に四面体 $ABCD$ を考える. このとき, 4 つの頂点 A, B, C, D を同時に通る球面が存在することを示せ.

問題は, このページで終わりである。

