

入学試験過去問題

数 学

京都大学（理系・乙）

対象年度：2008年

試験時間：150分

問題数：6問

配点：200点

第 1 問

直線 $y = px + q$ が関数 $y = \log x$ のグラフと共有点を持たないために p と q が満たすべき必要十分条件を求めよ.

第 2 問

正四面体 $ABCD$ を考える. 点 P は時刻 0 では頂点 A に位置し, 1 秒ごとにある頂点から他の 3 頂点のいずれかに, 等しい確率で動くとする. このとき, 時刻 0 から時刻 n までの間に, 4 頂点 A, B, C, D のすべてに点 P が現れる確率を求めよ. ただし n は 1 以上の整数とする.

第 3 問

空間の 1 点 O を通る 4 直線で、どの 3 直線も同一平面上にないようなものを考える．
このとき、4 直線のいずれとも O 以外の点で交わる平面で、4 つの交点が平行四辺形の頂点になるようなものが存在することをしめせ．

第 4 問

定数 a は実数であるとする．関数 $y = |x^2 - 2|$ と $y = |2x^2 + ax - 1|$ のグラフの共有点はいくつあるか， a の値によって分類せよ．

第 5 問

次の式で与えられる底面の半径が 2, 高さが 1 の円柱 C を考える.

$$C = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 4, \quad 0 \leq z \leq 1\}$$

xy 平面上の直線 $y = 1$ を含み, xy 平面と 45° の角をなす平面のうち, 点 $(0, 2, 1)$ を通るものを H とする. 円柱 C を平面 H で二つに分けるときの, 点 $(0, 2, 0)$ を含む方の体積を求めよ.

第 6 問

地球上の北緯 60° 東経 135° の地点を A, 北緯 60° 東経 75° の地点を B とする. A から B に向かう 2 種類の飛行経路 R_1, R_2 を考える. R_1 は西に向かって同一緯度で飛ぶ経路とする. R_2 は地球の大円に沿った経路のうち飛行距離の短い方とする. R_1 に比べて R_2 は飛行距離が 3% 以上短くなることを示せ. ただし地球は完全な球体であるとし, 飛行機は高度 0 を飛ぶものとする. また必要があれば, この冊子の 8 ページと 9 ページの三角関数表を用いよ.

注: 大円とは, 球を球の中心を通る平面で切ったとき, その切り口にできる円のことである.

三角関数表 (1)

角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)	角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)
0.0°	0.0000	1.0000	0.0000	22.5°	0.3827	0.9239	0.4142
0.5°	0.0087	1.0000	0.0087	23.0°	0.3907	0.9205	0.4245
1.0°	0.0175	0.9998	0.0175	23.5°	0.3987	0.9171	0.4348
1.5°	0.0262	0.9997	0.0262	24.0°	0.4067	0.9135	0.4452
2.0°	0.0349	0.9994	0.0349	24.5°	0.4147	0.9100	0.4557
2.5°	0.0436	0.9990	0.0437	25.0°	0.4226	0.9063	0.4663
3.0°	0.0523	0.9986	0.0524	25.5°	0.4305	0.9026	0.4770
3.5°	0.0610	0.9981	0.0612	26.0°	0.4384	0.8988	0.4877
4.0°	0.0698	0.9976	0.0699	26.5°	0.4462	0.8949	0.4986
4.5°	0.0785	0.9969	0.0787	27.0°	0.4540	0.8910	0.5095
5.0°	0.0872	0.9962	0.0875	27.5°	0.4617	0.8870	0.5206
5.5°	0.0958	0.9954	0.0963	28.0°	0.4695	0.8829	0.5317
6.0°	0.1045	0.9945	0.1051	28.5°	0.4772	0.8788	0.5430
6.5°	0.1132	0.9936	0.1139	29.0°	0.4848	0.8746	0.5543
7.0°	0.1219	0.9925	0.1228	29.5°	0.4924	0.8704	0.5658
7.5°	0.1305	0.9914	0.1317	30.0°	0.5000	0.8660	0.5774
8.0°	0.1392	0.9903	0.1405	30.5°	0.5075	0.8616	0.5890
8.5°	0.1478	0.9890	0.1495	31.0°	0.5150	0.8572	0.6009
9.0°	0.1564	0.9877	0.1584	31.5°	0.5225	0.8526	0.6128
9.5°	0.1650	0.9863	0.1673	32.0°	0.5299	0.8480	0.6249
10.0°	0.1736	0.9848	0.1763	32.5°	0.5373	0.8434	0.6371
10.5°	0.1822	0.9833	0.1853	33.0°	0.5446	0.8387	0.6494
11.0°	0.1908	0.9816	0.1944	33.5°	0.5519	0.8339	0.6619
11.5°	0.1994	0.9799	0.2035	34.0°	0.5592	0.8290	0.6745
12.0°	0.2079	0.9781	0.2126	34.5°	0.5664	0.8241	0.6873
12.5°	0.2164	0.9763	0.2217	35.0°	0.5736	0.8192	0.7002
13.0°	0.2250	0.9744	0.2309	35.5°	0.5807	0.8141	0.7133
13.5°	0.2334	0.9724	0.2401	36.0°	0.5878	0.8090	0.7265
14.0°	0.2419	0.9703	0.2493	36.5°	0.5948	0.8039	0.7400
14.5°	0.2504	0.9681	0.2586	37.0°	0.6018	0.7986	0.7536
15.0°	0.2588	0.9659	0.2679	37.5°	0.6088	0.7934	0.7673
15.5°	0.2672	0.9636	0.2773	38.0°	0.6157	0.7880	0.7813
16.0°	0.2756	0.9613	0.2867	38.5°	0.6225	0.7826	0.7954
16.5°	0.2840	0.9588	0.2962	39.0°	0.6293	0.7771	0.8098
17.0°	0.2924	0.9563	0.3057	39.5°	0.6361	0.7716	0.8243
17.5°	0.3007	0.9537	0.3153	40.0°	0.6428	0.7660	0.8391
18.0°	0.3090	0.9511	0.3249	40.5°	0.6494	0.7604	0.8541
18.5°	0.3173	0.9483	0.3346	41.0°	0.6561	0.7547	0.8693
19.0°	0.3256	0.9455	0.3443	41.5°	0.6626	0.7490	0.8847
19.5°	0.3338	0.9426	0.3541	42.0°	0.6691	0.7431	0.9004
20.0°	0.3420	0.9397	0.3640	42.5°	0.6756	0.7373	0.9163
20.5°	0.3502	0.9367	0.3739	43.0°	0.6820	0.7314	0.9325
21.0°	0.3584	0.9336	0.3839	43.5°	0.6884	0.7254	0.9490
21.5°	0.3665	0.9304	0.3939	44.0°	0.6947	0.7193	0.9657
22.0°	0.3746	0.9272	0.4040	44.5°	0.7009	0.7133	0.9827
22.5°	0.3827	0.9239	0.4142	45.0°	0.7071	0.7071	1.0000

三角関数表 (2)

角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)	角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)
45.0°	0.7071	0.7071	1.0000	67.5°	0.9239	0.3827	2.4142
45.5°	0.7133	0.7009	1.0176	68.0°	0.9272	0.3746	2.4751
46.0°	0.7193	0.6947	1.0355	68.5°	0.9304	0.3665	2.5386
46.5°	0.7254	0.6884	1.0538	69.0°	0.9336	0.3584	2.6051
47.0°	0.7314	0.6820	1.0724	69.5°	0.9367	0.3502	2.6746
47.5°	0.7373	0.6756	1.0913	70.0°	0.9397	0.3420	2.7475
48.0°	0.7431	0.6691	1.1106	70.5°	0.9426	0.3338	2.8239
48.5°	0.7490	0.6626	1.1303	71.0°	0.9455	0.3256	2.9042
49.0°	0.7547	0.6561	1.1504	71.5°	0.9483	0.3173	2.9887
49.5°	0.7604	0.6494	1.1708	72.0°	0.9511	0.3090	3.0777
50.0°	0.7660	0.6428	1.1918	72.5°	0.9537	0.3007	3.1716
50.5°	0.7716	0.6361	1.2131	73.0°	0.9563	0.2924	3.2709
51.0°	0.7771	0.6293	1.2349	73.5°	0.9588	0.2840	3.3759
51.5°	0.7826	0.6225	1.2572	74.0°	0.9613	0.2756	3.4874
52.0°	0.7880	0.6157	1.2799	74.5°	0.9636	0.2672	3.6059
52.5°	0.7934	0.6088	1.3032	75.0°	0.9659	0.2588	3.7321
53.0°	0.7986	0.6018	1.3270	75.5°	0.9681	0.2504	3.8667
53.5°	0.8039	0.5948	1.3514	76.0°	0.9703	0.2419	4.0108
54.0°	0.8090	0.5878	1.3764	76.5°	0.9724	0.2334	4.1653
54.5°	0.8141	0.5807	1.4019	77.0°	0.9744	0.2250	4.3315
55.0°	0.8192	0.5736	1.4281	77.5°	0.9763	0.2164	4.5107
55.5°	0.8241	0.5664	1.4550	78.0°	0.9781	0.2079	4.7046
56.0°	0.8290	0.5592	1.4826	78.5°	0.9799	0.1994	4.9152
56.5°	0.8339	0.5519	1.5108	79.0°	0.9816	0.1908	5.1446
57.0°	0.8387	0.5446	1.5399	79.5°	0.9833	0.1822	5.3955
57.5°	0.8434	0.5373	1.5697	80.0°	0.9848	0.1736	5.6713
58.0°	0.8480	0.5299	1.6003	80.5°	0.9863	0.1650	5.9758
58.5°	0.8526	0.5225	1.6319	81.0°	0.9877	0.1564	6.3138
59.0°	0.8572	0.5150	1.6643	81.5°	0.9890	0.1478	6.6912
59.5°	0.8616	0.5075	1.6977	82.0°	0.9903	0.1392	7.1154
60.0°	0.8660	0.5000	1.7321	82.5°	0.9914	0.1305	7.5958
60.5°	0.8704	0.4924	1.7675	83.0°	0.9925	0.1219	8.1443
61.0°	0.8746	0.4848	1.8040	83.5°	0.9936	0.1132	8.7769
61.5°	0.8788	0.4772	1.8418	84.0°	0.9945	0.1045	9.5144
62.0°	0.8829	0.4695	1.8807	84.5°	0.9954	0.0958	10.3854
62.5°	0.8870	0.4617	1.9210	85.0°	0.9962	0.0872	11.4301
63.0°	0.8910	0.4540	1.9626	85.5°	0.9969	0.0785	12.7062
63.5°	0.8949	0.4462	2.0057	86.0°	0.9976	0.0698	14.3007
64.0°	0.8988	0.4384	2.0503	86.5°	0.9981	0.0610	16.3499
64.5°	0.9026	0.4305	2.0965	87.0°	0.9986	0.0523	19.0811
65.0°	0.9063	0.4226	2.1445	87.5°	0.9990	0.0436	22.9038
65.5°	0.9100	0.4147	2.1943	88.0°	0.9994	0.0349	28.6363
66.0°	0.9135	0.4067	2.2460	88.5°	0.9997	0.0262	38.1885
66.5°	0.9171	0.3987	2.2998	89.0°	0.9998	0.0175	57.2900
67.0°	0.9205	0.3907	2.3559	89.5°	1.0000	0.0087	114.5887
67.5°	0.9239	0.3827	2.4142	90.0°	1.0000	0.0000	—