

入学試験過去問題

数 学

京都大学（理系）

対象年度：2006 年

試験時間：150 分

問題数：6 問

配点：200 点

第 1 問

$Q(x)$ を 2 次式とする. 整式 $P(x)$ は $Q(x)$ では割り切れないが, $\{P(x)\}^2$ は $Q(x)$ で割り切れるという. このとき 2 次方程式 $Q(x) = 0$ は重解を持つことを示せ.

第 2 問

点 O を原点とする座標空間の 3 点を $A(0, 1, 2)$, $B(2, 3, 0)$, $P(5+t, 9+2t, 5+3t)$ とする. 線分 OP と線分 AB が交点を持つような実数 t が存在することを示せ. またそのとき, 交点の座標を求めよ.

第 3 問

関数 $y = f(x)$ のグラフは、座標平面で原点に関して点対称である．さらにこのグラフの $x \leq 0$ の部分は、軸が y 軸に平行で、点 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ を頂点とし、原点を通る放物線と一致している．このとき $x = -1$ におけるこの関数のグラフの接線とこの関数のグラフによって囲まれる図形の面積を求めよ．

第 4 問

2 以上の自然数 n に対し, n と $n^2 + 2$ がともに素数になるのは $n = 3$ の場合に限ることを示せ.

第 5 問

$\triangle ABC$ に対し、辺 AB 上に点 P を、辺 BC 上に点 Q を、辺 CA 上に点 R を、頂点とは異なるようにとる。この 3 点がそれぞれの辺上を動くとき、この 3 点を頂点とする三角形の重心はどのような範囲を動くか図示せよ。

第 6 問

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ として, 関数 F を

$$F(\theta) = \int_0^\theta x \cos(x + \alpha) dx$$

で定める. θ が $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ の範囲を動くとき, F の最大値を求めよ.