2006年度入学試験問題

数　学　（理系）

200点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページがある．
3. 問題は全部で6題ある．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．その場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

（30 点）

$Q(x)$ を 2 次式とする．整式 $P(x)$ は $Q(x)$ では割り切れないが，$\{P(x)\}^2$ は $Q(x)$ で割り切れるという．このとき 2 次方程式 $Q(x)=0$ は重解を持つことを示せ．

2

（35 点）

点 O を原点とする座標空間の 3 点を $\mathrm{A}\,(0,\ 1,\ 2), \mathrm{B}\,(2,\ 3,\ 0), \mathrm{P}\,(5+t,\ 9+2t,\ 5+3t)$ とする．線分 OP と線分 AB が交点を持つような実数 t が存在することを示せ．またそのとき，交点の座標を求めよ．

3

（30 点）

関数 $y=f(x)$ のグラフは，座標平面で原点に関して点対称である．さらにこのグラフの $x \leqq 0$ の部分は，軸が y 軸に平行で，点 $\left(-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{4}\right)$ を頂点とし，原点を通る放物線と一致している．このとき $x=-1$ におけるこの関数のグラフの接線とこの関数のグラフによって囲まれる図形の面積を求めよ．

$\boxed{4}$ （35 点）

2 以上の自然数 n に対し，n と n^2+2 がともに素数になるのは $n=3$ の場合に限ることを示せ.

$\boxed{5}$ （35 点）

△ABC に対し，辺 AB 上に点 P を，辺 BC 上に点 Q を，辺 CA 上に点 R を，頂点とは異なるようにとる．この 3 点がそれぞれの辺上を動くとき，この 3 点を頂点とする三角形の重心はどのような範囲を動くか図示せよ.

$\boxed{6}$ （35 点）

$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ として，関数 F を

$$F(\theta)=\int_0^{\theta} x\cos(x+\alpha)\,dx$$

で定める．θ が $\left[0,\ \dfrac{\pi}{2}\right]$ の範囲を動くとき，F の最大値を求めよ.

問題は，このページで終わりである。