

入学試験過去問題

数 学

京都大学（理系）

対象年度：2005 年

試験時間：150 分

問題数：6 問

配点：200 点

第 1 問

xy 平面上の原点と点 $(1, 2)$ を結ぶ線分 (両端を含む) を L とする. 曲線 $y = x^2 + ax + b$ が L と共有点を持つような実数の組 (a, b) の集合を ab 平面上に図示せよ.

第 2 問

$2^{10} < \left(\frac{5}{4}\right)^n < 2^{20}$ を満たす自然数 n は何個あるか.
ただし, $0.301 < \log_{10} 2 < 0.3011$ である.

第 3 問

α, β, γ は相異なる複素数で,

$$\alpha + \beta + \gamma = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$$

を満たすとする. このとき, α, β, γ の表す複素数平面上の 3 点を結んで得られる三角形はどのような三角形か. (ただし, 複素平面を複素数平面ともいう.)

第 4 問

$a^3 - b^3 = 217$ を満たす整数の組 (a, b) をすべて求めよ.

第 5 問

k を正の整数とし, $2k\pi \leq x \leq (2k+1)\pi$ の範囲で定義された 2 曲線

$$C_1: y = \cos x, \quad C_2: y = \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

を考える.

- (1) C_1 と C_2 は共有点を持つことを示し, その点における C_1 の接線は点 $(0, 1)$ を通ることを示せ.
- (2) C_1 と C_2 の共有点はただ 1 つであることを証明せよ.

第 6 問

先頭車両から順に 1 から n までの番号のついた n 両編成の列車がある．ただし $n \geq 2$ とする．各車両を赤色，青色，黄色のいずれか一色で塗るとき，隣り合った車両の少なくとも一方が赤色となるような色の塗り方は何通りか．