

2005年度入学試験問題

数 学 (理系)

200 点満点

《配点は、一般選抜学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページがある。
3. 問題は全部で6題ある。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと。それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない。ただし、解答用ページに続き方をはっきり示した場合は、見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい。その場合は、解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。なお、他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。なお、計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き、計算などは、消さずに残しておいてもよい。
7. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(35 点)

xy 平面上の原点と点 $(1, 2)$ を結ぶ線分（両端を含む）を L とする．曲線 $y = x^2 + ax + b$ が L と共有点を持つような実数の組 (a, b) の集合を ab 平面上に図示せよ．

2

(30 点)

$2^{10} < \left(\frac{5}{4}\right)^n < 2^{20}$ を満たす自然数 n は何個あるか．
ただし、 $0.301 < \log_{10} 2 < 0.3011$ である．

3

(30 点)

α, β, γ は相異なる複素数で、

$$\alpha + \beta + \gamma = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$$

を満たすとする．このとき、 α, β, γ の表す複素数平面上の 3 点を結んで得られる三角形はどのような三角形か．（ただし、複素平面を複素数平面ともいう．）

4

(35 点)

$a^3 - b^3 = 217$ を満たす整数の組 (a, b) をすべて求めよ.

5

(35 点)

k を正の整数とし, $2k\pi \leq x \leq (2k+1)\pi$ の範囲で定義された 2 曲線

$$C_1 : y = \cos x, \quad C_2 : y = \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

を考える.

- (1) C_1 と C_2 は共有点を持つことを示し, その点における C_1 の接線は点 $(0, 1)$ を通ることを示せ.
- (2) C_1 と C_2 の共有点はただ 1 つであることを証明せよ.

6

(35 点)

先頭車両から順に 1 から n までの番号のついた n 両編成の列車がある. ただし $n \geq 2$ とする. 各車両を赤色, 青色, 黄色のいずれか一色で塗るとき, 隣り合った車両の少なくとも一方が赤色となるような色の塗り方は何通りか.

問題は, このページで終わりである。

