

2003年度入学試験問題

数 学 (理系)

200 点満点

《配点は、一般選抜学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページがある。
3. 問題は全部で6題ある。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと。それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない。ただし、解答用ページに続き方をはっきり示した場合は、見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい。その場合は、解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。なお、他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。なお、計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き、計算などは、消さずに残しておいてもよい。
7. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

正の数からなる数列 $\{a_n\}$ が次の条件 (i), (ii) をみたすとき, $\sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ.

(i) $a_1 = 1$

(ii) $\log a_n - \log a_{n-1} = \log(n-1) - \log(n+1) \quad (n \geq 2)$

2

(35 点)

$f(x) = x \sin x$ ($x \geq 0$) とする. 点 $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ における $y = f(x)$ の法線と, $y = f(x)$ のグラフの $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の部分, および y 軸とで囲まれる図形を考える. この図形を x 軸の回りに回転して得られる回転体の体積を求めよ.

3

(30 点)

四面体 OABC は次の 2 つの条件

(i) $OA \perp BC, OB \perp AC, OC \perp AB$

(ii) 4 つの面の面積がすべて等しい.

をみたしている. このとき, この四面体は正四面体であることを示せ.

4

(35 点)

多項式 $(x^{100} + 1)^{100} + (x^2 + 1)^{100} + 1$ は多項式 $x^2 + x + 1$ で割り切れるか.

5

(35 点)

a, b, c, d を実数とする. 2 次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ と 2 次の単位行列 E に対して, 集合 $L(A)$ を

$$L(A) = \{rE + sA \mid r, s \text{ は実数}\}$$

とする. このとき次の条件 (*) が成立するための a, b, c, d についての必要十分条件を求めよ.

(*) $L(A)$ の要素 B は零行列でなければ逆行列をもつ

6

(35 点)

n チームがリーグ戦を行う. すなわち, 各チームは他のすべてのチームとそれぞれ 1 回ずつ対戦する. 引き分けはないものとし, 勝つ確率はすべて $\frac{1}{2}$ で, 各回の勝敗は独立に決まるものとする. このとき, $(n-2)$ 勝 1 敗のチームがちょうど 2 チームである確率を求めよ. ただし, n は 3 以上とする.

問題は, このページで終わりである。

