1989年度入学試験問題

数　学　（理系）

200点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページがある．
3. 問題は全部で6題ある．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．その場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

（30 点）

$\mathrm{OA_1} = \mathrm{OB_1} = 1$，$\angle \mathrm{B_1OA_1} = \theta$（$0 < \theta < \pi$）であるような二等辺三角形 $\mathrm{OA_1B_1}$ がある．辺 $\mathrm{A_1B_1}$ の中点を $\mathrm{B_2}$ とし，辺 $\mathrm{OA_1}$ 上に $\mathrm{OA_2} = \mathrm{OB_2}$ となる点 $\mathrm{A_2}$ をとり，二等辺三角形 $\mathrm{OA_2B_2}$ を作る．以下同様にして，$n > 2$ についても二等辺三角形 $\mathrm{OA}_n\mathrm{B}_n$ を作っていく．辺 OA_n の長さを a_n とおく．

(1) $a_3 \cdot \sin \dfrac{\theta}{4}$ を計算せよ．

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を計算せよ．

2

（30 点）

n 個（$n \geqq 3$）の実数 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ があり，各 a_i は他の $n-1$ 個の相加平均より大きくはないという．このような $a_1, a_2, \cdots, a_n$ の組をすべて求めよ．

3

（35 点）

$f(x)$ は x の 3 次式で，$f(x)$ をその導関数 $f'(x)$ で割ったときの余りは定数である．このとき方程式 $f(x) = 0$ をみたす実数 x はただ一つであることを示せ．

4

（35 点）

四面体 OABC において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ はたがいに直交している．$\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \dfrac{1}{4}(\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{OC}})$ となる点 G を通り $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ に直交する平面による四面体 OABC の切り口は，どのような図形か．$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ のそれぞれの長さ a，b，c の関係により区分して述べよ．また，$a = 7$，$b = 8$，$c = 9$ のとき，その切り口の面積を求めよ．

5

（35 点）

N 色（$N \geqq 3$）の絵の具のセットがある．一つの立方体の面を各面独立に，各色を確率 $\dfrac{1}{N}$ で選んで塗る．このとき，塗られた結果が，使用された色の数が 3 以内で，かつ，同色の面が隣り合うことになっていない確率 $P(N)$ を求めよ．また，N の異なる値 a，b に対して，$P(a)$ と $P(b)$ の大きさを比較せよ．

6

（35 点）

高さ 10 m の円錐形の内部をもつタンクがあり，円錐の底面が下側にあって水平であるように置かれている．タンク内の水位（水の深さ）が y m（$y < 10$）のときには $(10 - y)$ l／分の速度で注水することにする．タンクが空のときに注水を始めて，9 時間後に水位が 2 m になった．タンクに水が一杯になるのは，あと何時間後か．

問題は，このページで終わりである。