

1973年度入学試験問題

数 学 (理系)

200 点満点

《配点は、一般選抜学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページがある。
3. 問題は全部で6題ある。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと。それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない。ただし、解答用ページに続き方をはっきり示した場合は、見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい。その場合は、解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。なお、他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。なお、計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き、計算などは、消さずに残しておいてもよい。
7. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(35 点)

10 進法で 3 けたの整数 α (≥ 0) をとり, α の一位の数と百位の数を入れかえてできる数を α' とする. ただし, 1 けたの数, 2 けたの数もそれぞれその前に 00 および 0 をつけて 3 けたの数とみなす.

α が 0 から 999 までのすべての整数をとるとき, 整数 $\alpha - \alpha'$ 全体の集合を A とし, A に含まれる正の整数全体の集合を B とする. このとき

- (1) A, B に属する整数の個数を求めよ.
- (2) B に属する整数の総和を求めよ.

2

(35 点)

p, q, r は実数とする. 三次方程式 $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ において, 一根が 1 で他の二根はその絶対値がいずれも 1 であるための必要十分条件を求めよ.

3

(35 点)

正三角形 $\triangle ABC$ がある. 点 O を直線 AB に関して C と反対側にとって $\angle AOB = 60^\circ$ となるようにし, ベクトル $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ をそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ で表わす. このとき

$$\vec{c} = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|} \vec{b}$$

であることを証明せよ. ただし $|\vec{a}|, |\vec{b}|$ はそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}$ の大きさを示す.

4

(35 点)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left[\frac{\left(\sqrt{n(n+1)} - n \right)^3}{n} - \frac{\left(\sqrt{n(n+1)} - (n+1) \right)^3}{n+1} \right] \text{を求めよ.}$$

5

(35 点)

n は自然数とし,

$$f(x) = 1 + \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{x^{n+1}}{n(n+1)}$$

とする. このとき, $-1 \leq x \leq 1$ において $1 \leq f(x) < 2$ であることを証明せよ.

6

(35 点)

当り “くじ” が確率 p ($0 < p < 1$) で現われる “くじ” があり, たかだか 2 回引くことができる. 各自, 最初に得点 1 をもってこの “くじ” を引き, 当り “くじ” ならば得点 1 を加え, そうでなければ 1 だけ減ずる. “くじ” を引き終えたときの合計得点が負または 0 ならば受け取る報酬は 0, 正ならばその得点そのまま報酬になるものとする. このとき,

A 君は一度も “くじ” を引かないことに決め,

B 君は一度 “くじ” を引き, 当ればそこで止め, 当らなければもう一度引くことに決め,

C 君は当る当らないにかかわらず 2 回引くことに決めた.

A, B, C 3 君の報酬の期待値を比較し, 誰が一番有利であるかを判定せよ.

問題は, このページで終わりである。

