

入学試験過去問題
数 学

京都大学（文系）

対象年度：2021年

試験時間：120分

問題数：5問

配点：150点

第 1 問

次の各問に答えよ.

- 問 1 10 進法で表された数 6.75 を 2 進法で表せ. また, この数と 2 進法で表された数 101.0101 との積として与えられる数を 2 進法および 4 進法で表せ.
- 問 2 $\triangle OAB$ において $OA = 3$, $OB = 2$, $\angle AOB = 60^\circ$ とする. $\triangle OAB$ の垂心を H とするとき, \overrightarrow{OH} を \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OB} を用いて表せ.

第 2 問

定積分 $\int_{-1}^1 \left| x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \right| dx$ を求めよ.

第 3 問

n を 2 以上の整数とする. 1 から n までの番号が付いた n 個の箱があり, それぞれの箱には赤玉と白玉が 1 個ずつ入っている. このとき操作 (*) を $k = 1, \dots, n - 1$ に対して, k が小さい方から順に 1 回ずつ行う.

(*) 番号 k の箱から玉を 1 個取り出し, 番号 $k + 1$ の箱に入れてよくかきまぜる.

一連の操作がすべて終了した後, 番号 n の箱から玉を 1 個取り出し, 番号 1 の箱に入れる. このとき番号 1 の箱に赤玉と白玉が 1 個ずつ入っている確率を求めよ.

第 4 問

空間の 8 点

$$\begin{aligned} O(0, 0, 0), \quad A(1, 0, 0), \quad B(1, 2, 0), \quad C(0, 2, 0), \\ D(0, 0, 3), \quad E(1, 0, 3), \quad F(1, 2, 3), \quad G(0, 2, 3) \end{aligned}$$

を頂点とする直方体 $OABC-DEFG$ を考える. 点 O , 点 F , 辺 AE 上の点 P , および辺 CG 上の点 Q の 4 点が同一平面上にあるとする. このとき, 四角形 $OPFQ$ の面積 S を最小にするような点 P および点 Q の座標を求めよ. また, そのときの S の値を求めよ.

第 5 問

p が素数ならば $p^4 + 14$ は素数でないことを示せ.