

入学試験過去問題
数 学

京都大学（文系）

対象年度：2020年

試験時間：120分

問題数：5問

配点：150点

第 1 問

a を負の実数とする. xy 平面上で曲線 $C: y = |x|x - 3x + 1$ と直線 $l: y = x + a$ のグラフが接するときの a の値を求めよ. このとき, C と l で囲まれた部分の面積を求めよ.

第 2 問

x の 2 次関数で, そのグラフが $y = x^2$ のグラフと 2 点で直交するようなものをすべて求めよ. ただし, 2 つの関数のグラフがある点で直交するとは, その点が 2 つのグラフの共有点であり, かつ接線どうしが直交することをいう.

第 3 問

a を奇数とし, 整数 m, n に対して,

$$f(m, n) = mn^2 + am^2 + n^2 + 8$$

とおく. $f(m, n)$ が 16 で割り切れるような整数の組 (m, n) が存在するための a の条件を求めよ.

第 4 問

k を正の実数とする．座標空間において，原点 O を中心とする半径 1 の球面上の 4 点 A, B, C, D が次の関係式を満たしている．

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OC} \cdot \vec{OD} = \frac{1}{2},$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{OC} = \vec{OB} \cdot \vec{OC} = -\frac{\sqrt{6}}{4},$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{OD} = \vec{OB} \cdot \vec{OD} = k.$$

このとき， k の値を求めよ．ただし，座標空間の点 X, Y に対して， $\vec{OX} \cdot \vec{OY}$ は， \vec{OX} と \vec{OY} の内積を表す．

第 5 問

縦 4 個，横 4 個のマス目のそれぞれに 1, 2, 3, 4 の数字を入れていく．このマス目の横の並びを行といい，縦の並びを列という．どの行にも，どの列にも同じ数字が 1 回しか現れない入れ方は何通りあるか求めよ．下図はこのような入れ方の 1 例である．

1	2	3	4
3	4	1	2
4	1	2	3
2	3	4	1