

2018年度入学試験問題

数 学 (文系)

150 点満点

《配点は、一般選抜学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページがある。
3. 問題は全部で5題ある。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと。それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない。ただし、解答用ページに続き方をはっきり示した場合は、見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい。その場合は、解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。なお、他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。なお、計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き、計算などは、消さずに残しておいてもよい。
7. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

a は正の実数とし、座標平面内の点 (x_0, y_0) は 2 つの曲線

$$C_1: y = |x^2 - 1|, \quad C_2: y = x^2 - 2ax + 2$$

の共有点であり、 $|x_0| \neq 1$ を満たすとする。 C_1 と C_2 が (x_0, y_0) で共通の接線をもつとき、 C_1 と C_2 で囲まれる部分の面積を求めよ。

2

(30 点)

1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD において、辺 BC 上に B とは異なる点 P を取り、線分 AP の垂直 2 等分線が辺 AB、辺 AD またはその延長と交わる点をそれぞれ Q、R とする。

- (1) 線分 QR の長さを $\sin \angle BAP$ を用いて表せ。
- (2) 点 P が動くときの線分 QR の長さの最小値を求めよ。

3

(30 点)

$n^3 - 7n + 9$ が素数となるような整数 n をすべて求めよ。

4

(30 点)

四面体 $ABCD$ は $AC = BD$, $AD = BC$ を満たすとし, 辺 AB の中点を P , 辺 CD の中点を Q とする.

- (1) 辺 AB と線分 PQ は垂直であることを示せ.
- (2) 線分 PQ を含む平面 α で四面体 $ABCD$ を切って 2 つの部分に分ける. このとき, 2 つの部分の体積は等しいことを示せ.

5

(30 点)

整数が書かれている球がいくつか入っている袋に対して, 次の一連の操作を考える. ただし各球に書かれている整数は 1 つのみとする.

- (i) 袋から無作為に球を 1 個取り出し, その球に書かれている整数を k とする.
- (ii) $k \neq 0$ の場合, 整数 k が書かれた球を 1 個新たに用意し, 取り出した球とともに袋に戻す.
- (iii) $k = 0$ の場合, 袋の中にあった球に書かれていた数の最大値より 1 大きい整数が書かれた球を 1 個新たに用意し, 取り出した球とともに袋に戻す.

整数 0 が書かれている球が 1 個入っており他の球が入っていない袋を用意する. この袋に上の一連の操作を繰り返し n 回行った後に, 袋の中にある球に書かれている $n + 1$ 個の数の合計を X_n とする. 例えば X_1 は常に 1 である. 以下 $n \geq 2$ として次の問に答えよ.

- (1) $X_n \geq \frac{(n+2)(n-1)}{2}$ である確率を求めよ.
- (2) $X_n \leq n + 1$ である確率を求めよ.

問題は、このページで終わりである。

