

入学試験過去問題

数 学

京都大学（文系）

対象年度：2017年

試験時間：120分

問題数：5問

配点：150点

第 1 問

曲線 $y = x^3 - 4x + 1$ を C とする. 直線 l は C の接線であり, 点 $P(3, 0)$ を通るものとする. また, l の傾きは負であるとする. このとき, C と l で囲まれた部分の面積 S を求めよ.

第 2 問

次の問に答えよ．ただし， $0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011$ であることは用いてよい．

- (1) 100 桁以下の自然数で，2 以外の素因数を持たないものの個数を求めよ．
- (2) 100 桁の自然数で，2 と 5 以外の素因数を持たないものの個数を求めよ．

第 3 問

座標空間において原点 O と点 $A(0, -1, 1)$ を通る直線を l とし, 点 $B(0, 2, 1)$ と点 $C(-2, 2, -3)$ を通る直線を m とする. l 上の 2 点 P, Q と, m 上の点 R を $\triangle PQR$ が正三角形となるようにとる. このとき, $\triangle PQR$ の面積が最小となるような P, Q, R の座標を求めよ.

第 4 問

p, q を自然数, α, β を

$$\tan \alpha = \frac{1}{p}, \quad \tan \beta = \frac{1}{q}$$

を満たす実数とする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) 次の条件

$$(A) \quad \tan(\alpha + 2\beta) = 2$$

を満たす p, q の組 (p, q) のうち, $q \leq 3$ であるものをすべて求めよ.

(2) 条件 (A) を満たす p, q の組 (p, q) で, $q > 3$ であるものは存在しないことを示せ.

第 5 問

n を 2 以上の自然数とする. サイコロを n 回振り, 出た目の最大値 M と最小値 L の差 $M - L$ を X とする.

- (1) $X = 1$ である確率を求めよ.
- (2) $X = 5$ である確率を求めよ.