

入学試験過去問題

数 学

京都大学（文系）

対象年度：2016 年

試験時間：120 分

問題数：5 問

配点：150 点

第 1 問

xy 平面内の領域

$$x^2 + y^2 \leq 2, \quad |x| \leq 1$$

で、曲線 $C: y = x^3 + x^2 - x$ の上側にある部分の面積を求めよ.

第 2 問

ボタンを押すと「あたり」か「はずれ」のいずれかが表示される装置がある。「あたり」の表示される確率は毎回同じであるとする。この装置のボタンを 20 回押したとき、1 回以上「あたり」の出る確率は 36% である。1 回以上「あたり」の出る確率が 90% 以上となるためには、この装置のボタンを最低何回押せばよいか。必要なら $0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011$ を用いてよい。

第 3 問

n を 4 以上の自然数とする．数 2, 12, 1331 がすべて n 進法で表記されているとして,

$$2^{12} = 1331$$

が成り立っている．このとき n はいくつか, 十進法で答えよ．

第 4 問

四面体 $OABC$ が次の条件を満たすならば、それは正四面体であることを示せ.

条件： 頂点 A, B, C からそれぞれの対面を含む平面へ下ろした垂線は対面の重心を通る.

ただし、四面体のある頂点の対面とは、その頂点を除く他の 3 つの頂点がなす三角形のことをいう.

第 5 問

実数を係数とする 3 次式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ に対し、次の条件を考える.

(イ) 方程式 $f(x) = 0$ の解であるすべての複素数 α に対し、 α^3 もまた $f(x) = 0$ の解である.

(ロ) 方程式 $f(x) = 0$ は虚数解を少なくとも 1 つもつ.

この 2 つの条件 (イ), (ロ) を同時に満たす 3 次式をすべて求めよ.