

入学試験過去問題

数 学

京都大学（文系）

対象年度：2013年

試験時間：120分

問題数：5問

配点：150点

第 1 問

a を 2 以上の実数とし, $f(x) = (x + a)(x + 2)$ とする. このとき $f(f(x)) > 0$ がすべての実数 x に対して成り立つような a の範囲を求めよ.

第 2 問

平行四辺形 $ABCD$ において、辺 AB を $1:1$ に内分する点を E 、辺 BC を $2:1$ に内分する点を F 、辺 CD を $3:1$ に内分する点を G とする。線分 CE と線分 FG の交点を P とし、線分 AP を延長した直線と辺 BC の交点を Q とするとき、比 $AP:PQ$ を求めよ。

第 3 問

n と k を自然数とし, 整式 x^n を整式 $(x-k)(x-k-1)$ で割った余りを $ax+b$ とする.

- (1) a と b は整数であることを示せ.
- (2) a と b をともに割り切る素数は存在しないことを示せ.

第 4 問

α, β を実数とする. xy 平面内で, 点 $(0, 3)$ を中心とする円 C と放物線

$$y = -\frac{x^2}{3} + \alpha x - \beta$$

が点 $P(\sqrt{3}, 0)$ を共有し, さらに P における接線が一致している. このとき以下の問に答えよ.

(1) α, β の値を求めよ.

(2) 円 C , 放物線 $y = -\frac{x^2}{3} + \alpha x - \beta$ および y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ.

第 5 問

投げたとき表が出る確率と裏が出る確率が等しい硬貨を用意する．数直線上に石を置き，この硬貨を投げて表が出れば数直線上で原点に関して対称な点に石を移動し，裏が出れば数直線上で座標 1 の点に関して対称な点に石を移動する．

- (1) 石が座標 x の点にあるとする．2 回硬貨を投げたとき，石が座標 x の点にある確率を求めよ．
- (2) 石が原点にあるとする． n を自然数とし， $2n$ 回硬貨を投げたとき，石が座標 $2n$ の点にある確率を求めよ．