

入学試験過去問題

数 学

京都大学（文系）

対象年度：2012年

試験時間：120分

問題数：5問

配点：150点

第 1 問

次の各問に答えよ.

- (1) 2つの曲線 $y = x^4$ と $y = x^2 + 2$ とによって囲まれる図形の面積を求めよ.
- (2) n を 3 以上の整数とする. 1 から n までの番号をつけた n 枚の札の組が 2 つある. これら $2n$ 枚の札をよく混ぜ合わせて, 札を 1 枚ずつ 3 回取り出し, 取り出した順にその番号を X_1, X_2, X_3 とする. $X_1 < X_2 < X_3$ となる確率を求めよ. ただし一度取り出した札は元に戻さないものとする.

第 2 問

正四面体 $OABC$ において、点 P , Q , R をそれぞれ辺 OA , OB , OC 上にとる. ただし P , Q , R は四面体 $OABC$ の頂点とは異なるとする. $\triangle PQR$ が正三角形ならば、3 辺 PQ , QR , RP はそれぞれ 3 辺 AB , BC , CA に平行であることを証明せよ.

第 3 問

実数 x, y が条件 $x^2 + xy + y^2 = 6$ を満たしながら動くとき

$$x^2y + xy^2 - x^2 - 2xy - y^2 + x + y$$

がとりうる値の範囲を求めよ.

第 4 問

次の命題 (p) , (q) のそれぞれについて, 正しいかどうか答えよ. 正しいければ証明し, 正しくないければ反例を挙げて正しくないことを説明せよ.

- (p) 正 n 角形の頂点から 3 点を選んで内角の 1 つが 60° である三角形を作ることができるならば, n は 3 の倍数である.
- (q) $\triangle ABC$ と $\triangle A'B'C'$ において, $AB = A'B'$, $BC = B'C'$, $\angle A = \angle A'$ ならば, これら 2 つの三角形は合同である.

第 5 問

次の条件 (*) を満たす正の実数の組 (a, b) の範囲を求め、座標平面上に図示せよ.

(*) $\cos a\theta = \cos b\theta$ かつ $0 < \theta \leq \pi$ となる θ がちょうど 1 つある.