

2012年度入学試験問題

数 学 (文系)

150 点満点

《配点は、一般選抜学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページがある。
3. 問題は全部で5題ある。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと。それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない。ただし、解答用ページに続き方をはっきり示した場合は、見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい。その場合は、解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。なお、他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。なお、計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き、計算などは、消さずに残しておいてもよい。
7. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

次の各問に答えよ.

- (1) 2つの曲線 $y = x^4$ と $y = x^2 + 2$ とによって囲まれる図形の面積を求めよ.
- (2) n を 3 以上の整数とする. 1 から n までの番号をつけた n 枚の札の組が 2 つある. これら $2n$ 枚の札をよく混ぜ合わせて, 札を 1 枚ずつ 3 回取り出し, 取り出した順にその番号を X_1, X_2, X_3 とする. $X_1 < X_2 < X_3$ となる確率を求めよ. ただし一度取り出した札は元に戻さないものとする.

2

(30 点)

正四面体 $OABC$ において, 点 P, Q, R をそれぞれ辺 OA, OB, OC 上にとる. ただし P, Q, R は四面体 $OABC$ の頂点とは異なるとする. $\triangle PQR$ が正三角形ならば, 3 辺 PQ, QR, RP はそれぞれ 3 辺 AB, BC, CA に平行であることを証明せよ.

3

(30 点)

実数 x, y が条件 $x^2 + xy + y^2 = 6$ を満たしながら動くとき

$$x^2y + xy^2 - x^2 - 2xy - y^2 + x + y$$

がとりうる値の範囲を求めよ.

4

(30 点)

次の命題 (p) , (q) のそれぞれについて, 正しいかどうか答えよ. 正しいければ証明し, 正しくなければ反例を挙げて正しくないことを説明せよ.

(p) 正 n 角形の頂点から 3 点を選んで内角の 1 つが 60° である三角形を作ることができるならば, n は 3 の倍数である.

(q) $\triangle ABC$ と $\triangle A'B'C'$ において, $AB = A'B'$, $BC = B'C'$, $\angle A = \angle A'$ ならば, これら 2 つの三角形は合同である.

5

(30 点)

次の条件 $(*)$ を満たす正の実数の組 (a, b) の範囲を求め, 座標平面上に図示せよ.

$(*)$ $\cos a\theta = \cos b\theta$ かつ $0 < \theta \leq \pi$ となる θ がちょうど 1 つある.

問題は, このページで終わりである。

