

入学試験過去問題

数 学

京都大学（文系）

対象年度：2011 年

試験時間：120 分

問題数：5 問

配点：150 点

第 1 問

次の各問に答えよ.

- (1) 辺 AB, 辺 BC, 辺 CA の長さがそれぞれ 12, 11, 10 の三角形 ABC を考える.
∠A の 2 等分線と辺 BC の交点を D とするとき, 線分 AD の長さを求めよ.
- (2) 箱の中に, 1 から 9 までの番号を 1 つずつ書いた 9 枚のカードが入っている. ただし, 異なるカードには異なる番号が書かれているものとする. この箱から 2 枚のカードを同時に選び, 小さい方の数を X とする. これらのカードを箱に戻して, 再び 2 枚のカードを同時に選び, 小さい方の数を Y とする. $X = Y$ である確率を求めよ.

第 2 問

四面体 $OABC$ において, 点 O から 3 点 A, B, C を含む平面に下ろした垂線とその平面の交点を H とする. $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{OB} \perp \overrightarrow{OC}$, $|\overrightarrow{OA}| = 2$, $|\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}| = 3$, $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{7}$ のとき, $|\overrightarrow{OH}|$ を求めよ.

第 3 問

実数 a が変化するとき, 3 次関数 $y = x^3 - 4x^2 + 6x$ と直線 $y = x + a$ のグラフの交点の個数はどのように変化するか, a の値によって分類せよ.

第 4 問

xy 平面上で，連立不等式

$$\begin{cases} |x| \leq 2, \\ y \geq x, \\ y \leq \left| \frac{3}{4}x^2 - 3 \right| - 2 \end{cases}$$

を満たす領域の面積を求めよ．

第 5 問

0 以上の整数を 10 進法で表すとき、次の問いに答えよ。ただし、0 は 0 桁の数と考えることにする。また n は正の整数とする。

- (1) 各桁の数が 1 または 2 である n 桁の整数を考える。それらすべての整数の総和を T_n とする。 T_n を n を用いて表せ。
- (2) 各桁の数が 0, 1, 2 のいずれかである n 桁以下の整数を考える。それらすべての整数の総和を S_n とする。 S_n が T_n の 15 倍以上になるのは、 n がいくつ以上のときか、必要があれば、 $0.301 < \log_{10} 2 < 0.302$ および $0.477 < \log_{10} 3 < 0.478$ を用いてもよい。