

入学試験過去問題

数 学

京都大学（文系）

対象年度：2008 年

試験時間：120 分

問題数：5 問

配点：150 点

第 1 問

実数 a, b, c に対して $f(x) = ax^2 + bx + c$ とする. このとき

$$\int_{-1}^1 (1 - x^2) \{f'(x)\}^2 dx \leq 6 \int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 dx$$

であることを示せ.

第 2 問

$AB = AC$ である二等辺三角形 ABC を考える．辺 AB の中点を M とし，辺 AB を延長した直線上に点 N を， $AN : NB = 2 : 1$ となるようにとる．このとき $\angle BCM = \angle BCN$ となることを示せ．ただし，点 N は辺 AB 上にはないものとする．

第 3 問

定数 a は実数であるとする．方程式

$$(x^2 + ax + 1)(3x^2 + ax - 3) = 0$$

を満たす実数 x はいくつあるか． a の値によって分類せよ．

第 4 問

$0 \leq x < 2\pi$ のとき, 方程式

$$2\sqrt{2}(\sin^3 x + \cos^3 x) + 3 \sin x \cos x = 0$$

を満たす x の個数を求めよ.

第 5 問

正 n 角形とその外接円を合わせた図形を F とする. F 上の点 P に対して, 始点と終点とともに P であるような, 図形 F の一筆がきの経路の数を $N(P)$ で表す. 正 n 角形の頂点をひとつとって A とし, $a = N(A)$ とおく. また正 n 角形の辺をひとつとってその中点を B とし, $b = N(B)$ とおく. このとき a と b を求めよ.

注: 一筆がきとは, 図形を, かき始めから終わりまで, 筆を紙からはなさず, また同じ線上を通らずにかくことである.