

2008年度入学試験問題

数 学 (文系)

150 点満点

《配点は、一般選抜学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページがある。
3. 問題は全部で5題ある。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと。それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない。ただし、解答用ページに続き方をはっきり示した場合は、見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい。その場合は、解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。なお、他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。なお、計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き、計算などは、消さずに残しておいてもよい。
7. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

実数 a, b, c に対して $f(x) = ax^2 + bx + c$ とする. このとき

$$\int_{-1}^1 (1 - x^2) \{f'(x)\}^2 dx \leq 6 \int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 dx$$

であることを示せ.

2

(30 点)

$AB = AC$ である二等辺三角形 ABC を考える. 辺 AB の中点を M とし, 辺 AB を延長した直線上に点 N を, $AN : NB = 2 : 1$ となるようにとる. このとき $\angle BCM = \angle BCN$ となることを示せ. ただし, 点 N は辺 AB 上にはないものとする.

3

(30 点)

定数 a は実数であるとする. 方程式

$$(x^2 + ax + 1)(3x^2 + ax - 3) = 0$$

を満たす実数 x はいくつあるか. a の値によって分類せよ.

4

(30 点)

$0 \leq x < 2\pi$ のとき, 方程式

$$2\sqrt{2}(\sin^3 x + \cos^3 x) + 3 \sin x \cos x = 0$$

を満たす x の個数を求めよ.

5

(30 点)

正 n 角形とその外接円を合わせた図形を F とする. F 上の点 P に対して, 始点と終点とともに P であるような, 図形 F の一筆がきの経路の数を $N(P)$ で表す. 正 n 角形の頂点をひとつとって A とし, $a = N(A)$ とおく. また正 n 角形の辺をひとつとってその中点を B とし, $b = N(B)$ とおく. このとき a と b を求めよ.

注: 一筆がきとは, 図形を, かき始めから終わりまで, 筆を紙からはなさず, また同じ線上を通らずにかくことである.

問題は, このページで終わりである。

