

2007年度入学試験問題

数 学 (文系)

150 点満点

《配点は、一般選抜学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページがある。
3. 問題は全部で5題ある。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと。それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない。ただし、解答用ページに続き方をはっきり示した場合は、見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい。その場合は、解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。なお、他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。なお、計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き、計算などは、消さずに残しておいてもよい。
7. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

以下の各問にそれぞれ答えよ.

問 1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とするとき, $A^6 + 2A^4 + 2A^3 + 2A^2 + 2A + 3E$ を求めよ.

問 2. 四角形 ABCD を底面とする四角錐 OABCD を考える. 点 P は時刻 0 では頂点 O にあり, 1 秒ごとに次の規則に従ってこの四角錐の 5 つの頂点のいずれかに移動する.

規則: 点 P のあった頂点と 1 つの辺によって結ばれる頂点の 1 つに, 等しい確率で移動する.

このとき, n 秒後に点 P が頂点 O にある確率を求めよ.

2

(30 点)

3 次関数 $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$ のグラフ上の点 $(1, 0)$ における接線を ℓ とする. この 3 次関数のグラフと接線 ℓ で囲まれた部分を x 軸の周りに回転して立体を作る. その立体の体積を求めよ.

3

(35 点)

p を 3 以上の素数とする. 4 個の整数 a, b, c, d が次の 3 条件

$$a + b + c + d = 0, \quad ad - bc + p = 0, \quad a \geq b \geq c \geq d$$

を満たすとき, a, b, c, d を p を用いて表せ.

4

(30 点)

座標空間で点 $(3, 4, 0)$ を通りベクトル $\vec{a} = (1, 1, 1)$ に平行な直線を ℓ , 点 $(2, -1, 0)$ を通りベクトル $\vec{b} = (1, -2, 0)$ に平行な直線を m とする. 点 P は直線 ℓ 上を, 点 Q は直線 m 上をそれぞれ勝手に動くとき, 線分 PQ の長さの最小値を求めよ.

5

(25 点)

n を 1 以上の整数とするとき, 次の 2 つの命題はそれぞれ正しいか. 正しいときは証明し, 正しくないときはその理由を述べよ.

命題 **p**: ある n に対して, $\sqrt{n}$ と $\sqrt{n+1}$ は共に有理数である.

命題 **q**: すべての n に対して, $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ は無理数である.

問題は, このページで終わりである。

