

2004年度入学試験問題

数 学 (文系)

150 点満点

《配点は、一般選抜学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページがある。
3. 問題は全部で5題ある。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと。それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない。ただし、解答用ページに続き方をはっきり示した場合は、見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい。その場合は、解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。なお、他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。なお、計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き、計算などは、消さずに残しておいてもよい。
7. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

$$f(\theta) = \cos 4\theta - 4 \sin^2 \theta$$

とする. $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ における $f(\theta)$ の最大値および最小値を求めよ.

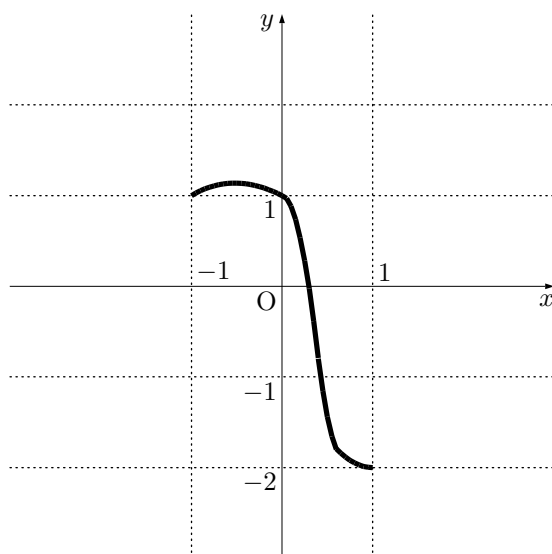
2

(30 点)

区間 $-1 \leq x \leq 1$ で定義された関数 $f(x)$ が,

$$f(-1) = f(0) = 1, \quad f(1) = -2$$

を満たし, またそのグラフが下図のようになっているという.



このとき,

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \geq -1$$

を示せ.

3

(30 点)

$\triangle OAB$ において, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とする.

$$|\vec{a}| = 3, \quad |\vec{b}| = 5, \quad \cos(\angle AOB) = \frac{3}{5}$$

とする. このとき, $\angle AOB$ の 2 等分線と, B を中心とする半径 $\sqrt{10}$ の円との交点の, O を原点とする位置ベクトルを, $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いてあらわせ.

4

(30 点)

c を実数とする. x についての 2 次方程式

$$x^2 + (3 - 2c)x + c^2 + 5 = 0$$

が 2 つの解 α, β を持つとする. 複素平面上の 3 点 α, β, c^2 が 3 角形の 3 頂点になり, その 3 角形の重心は 0 であるという. c を求めよ.

5

(30 点)

n, a, b を 0 以上の整数とする. a, b を未知数とする方程式

$$(*) \quad a^2 + b^2 = 2^n$$

を考える.

- (1) $n \geq 2$ とする. a, b が方程式 $(*)$ を満たすならば, a, b はともに偶数であることを証明せよ. (ただし, 0 は偶数に含める.)
- (2) 0 以上の整数 n に対して, 方程式 $(*)$ を満たす 0 以上の整数の組 (a, b) をすべて求めよ.

問題は, このページで終わりである。

