

2001年度入学試験問題

数 学 (文系)

150 点満点

《配点は、一般選抜学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページがある。
3. 問題は全部で5題ある。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと。それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない。ただし、解答用ページに続き方をはっきり示した場合は、見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい。その場合は、解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。なお、他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。なお、計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き、計算などは、消さずに残しておいてもよい。
7. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

未知数 x に関する方程式

$$x^4 - x^3 + x^2 - (a + 2)x - a - 3 = 0$$

が、虚軸上の複素数を解に持つような実数 a をすべて求めよ.

2

(30 点)

xy 平面内の相異なる 4 点 P_1, P_2, P_3, P_4 とベクトル $\vec{v}$ に対し、 $k \neq m$ のとき $\overrightarrow{P_k P_m} \cdot \vec{v} \neq 0$ が成り立っているとする. このとき、 k と異なるすべての m に対し

$$\overrightarrow{P_k P_m} \cdot \vec{v} < 0$$

が成り立つような点 P_k が存在することを示せ.

3

(30 点)

任意の整数 n に対し、 $n^9 - n^3$ は 9 で割り切れることを示せ.

4

(30 点)

n を 2 以上の整数とする．実数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ に対し，

$$S = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

とおく． $k = 1, 2, \dots, n$ について，不等式 $-1 < S - a_k < 1$ が成り立っていると
する．

$$a_1 \leq a_2 \leq \cdots \leq a_n$$

のとき，すべての k について $|a_k| < 2$ が成り立つことを示せ．

5

(30 点)

xy 平面内の $-1 \leq y \leq 1$ で定められる領域 D と，中心が P で原点 O を通る円 C
を考える． C が D に含まれるという条件のもとで， P が動きうる範囲を図示し，そ
の面積を求めよ．

問題は，このページで終わりである。

