1999年度入学試験問題

数　学　（文系）

150点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページがある．
3. 問題は全部で5題ある．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．その場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

（30 点）

鋭角三角形 △ABC において，辺 BC の中点を M，A から辺 BC にひいた垂線を AH とする．点 P を線分 MH 上に取るとき，

$$\mathrm{AB}^2 + \mathrm{AC}^2 \geqq 2\mathrm{AP}^2 + \mathrm{BP}^2 + \mathrm{CP}^2$$

となることを示せ.

2

（30 点）

放物線 $y = x^2$ の上を動く 2 点 P，Q があって，この放物線と線分 PQ が囲む部分の面積が常に 1 であるとき，PQ の中点 R が描く図形の方程式を求めよ.

3

（30 点）

0 以上の整数 x に対して，$C(x)$ で x の下 2 桁を表すことにする．たとえば，$C(12578) = 78$，$C(6) = 6$ である．n を 2 でも 5 でも割り切れない正の整数とする.

(1) x，y が 0 以上の整数のとき，$C(nx) = C(ny)$ ならば，$C(x) = C(y)$ であることを示せ.

(2) $C(nx) = 1$ となる 0 以上の整数 x が存在することを示せ.

4

（30 点）

相異なる 4 つの複素数 z_1，z_2，z_3，z_4 に対して

$$w = \frac{(z_1 - z_3)(z_2 - z_4)}{(z_1 - z_4)(z_2 - z_3)}$$

と置く．このとき，以下を証明せよ．

(1) 複素数 z が単位円上にあるための必要十分条件は $\overline{z} = \dfrac{1}{z}$ である．

(2) z_1，z_2，z_3，z_4 が単位円上にあるとき，w は実数である．

(3) z_1，z_2，z_3 が単位円上にあり，w が実数であれば，z_4 は単位円上にある．

5

（30 点）

n，k は自然数で，$n \geqq 3$，$k \geqq 2$ を満たすものとする．いま，n 角柱の $n+2$ 個の面に 1 から $n+2$ までの番号が書いてあるものとする．この $n+2$ 個の面に 1 面ずつ，異なる k 色の中から 1 色ずつ選んでは塗っていく．このとき，どの隣り合う面の組も同一色では塗られない塗り方の数を P_k で表す．

(1) P_2 と P_3 を求めよ．

(2) $n = 7$ のとき，P_4 を求めよ．

問題は，このページで終わりである。