1994年度入学試験問題

数　学　（文系）

150点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページがある．
3. 問題は全部で5題ある．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．その場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

（30 点）

A，B，C，E は 2 行 2 列の行列で，$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$，$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする．

(1) $AB = BA$ ならば $B = pA + qE$ となる実数 p，q が存在することを示せ．

(2) $AB = BA$，$AC = CA$ が成り立つならば，$BC = CB$ が成り立つことを示せ．

(3) $AB = BA$，$B^2 = E$ を満たす行列 B をすべて求めよ．

2

（30 点）

n は 0 または正の整数とする．a_n を，$a_0 = 1$，$a_1 = 2$，$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ によって定める．a_n を 3 で割った余りを b_n とし，$c_n = b_0 + \cdots + b_n$ とおく．

(1) $b_0, \cdots, b_9$ を求めよ．

(2) $c_{n+8} = c_n + c_7$ であることを示せ．

(3) $n + 1 \leqq c_n \leqq \dfrac{3}{2}(n+1)$ が成り立つことを示せ．

3

（30 点）

xyz 空間で，$(0,\ 0,\ 1)$ を中心とする半径 1 の球面を S_1，$(0,\ 1,\ 0)$ を中心とする半径 1 の球面を S_2 とする．2 つの球面 S_1，S_2 の共通部分の上にある点 $\mathrm{P}\,(a,\ b,\ c)$ を考え，点 P を中心とする半径 $\dfrac{1}{2}$ の球面を S_0 とする．S_0 が平面 $x - z = 0$ と交わってできる円の半径が $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ であるとき，a，b，c の値を求めよ．

$\boxed{4}$ （30 点）

さいころを n 回続けて投げるとき，k 回目に出る目の数を X_k とし，$Y_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ とする．Y_n が 7 で割り切れる確率を p_n とする．

(1) p_n を p_{n-1} を用いて表せ．

(2) p_n を求めよ．

$\boxed{5}$ （30 点）

xy 平面上の 2 曲線

$$C_1 : y = x^2 - \frac{5}{4}, \quad C_2 : x = y^2 - a$$

について，C_1 と C_2 が相異なる 4 つの交点を持つような実数 a の範囲を求めよ．

問題は，このページで終わりである。