1993年度入学試験問題

数　　学　（文系）

150点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページがある．
3. 問題は全部で5題ある．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．その場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

（30 点）

実数 a，b に対し，関数 $f(x)$ を次のように与える．

$$f(x) = \cos 2x + 4a\cos x + b$$

すべての x に対して不等式 $-6 \leqq f(x) \leqq 6$ が成立するような点 $(a,\ b)$ の範囲を図示せよ．

2

（30 点）

空間において，平面 α に含まれる凸四辺形 ABCD と α に含まれない点 P を考える．△PAB，△PBC，△PCD，△PDA の重心をそれぞれ E，F，G，H とする．また，線分 AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ I，J，K，L とする．

(1) 四辺形 EFGH と四辺形 IJKL はどちらも平行四辺形であることを示せ．さらに，これらは次の意味で相似である，すなわち正の定数 k が存在して $\overrightarrow{\mathrm{EF}} = k\overrightarrow{\mathrm{IJ}}$，$\overrightarrow{\mathrm{FG}} = k\overrightarrow{\mathrm{JK}}$，$\overrightarrow{\mathrm{GH}} = k\overrightarrow{\mathrm{KL}}$，$\overrightarrow{\mathrm{HE}} = k\overrightarrow{\mathrm{LI}}$ であることを示せ．

(2) 四辺形 ABCD と，平行四辺形 EFGH の面積の比を求めよ．

3

（30 点）

$f(x)$ は x の整式，c は定数とする．等式 $\displaystyle\int_x^{x+1} f(t)\,dt = cf(x)$ がすべての x で成り立つならば，$f(x)$ は定数であることを示せ．

$\boxed{4}$ （30 点）

だ円 $E : \dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$ の部分集合 E_1，E_2 を次のように定める．

$$E_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in E \;\middle|\; x \geqq 0,\, y \geqq 0 \right\}$$

$$E_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in E \;\middle|\; x \leqq 0,\, y \geqq 0 \right\}$$

平面の 1 次変換 f で E_1 を E_2 に移すものをすべて求めよ．

$\boxed{5}$ （30 点）

n を自然数とする．さいころを $2n$ 回投げて n 回以上偶数の目が出る確率を p_n とするとき，$p_n \geqq \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4n}$ であることを示せ．

問題は，このページで終わりである。