

入学試験過去問題

数 学

京都大学（文系）

対象年度：1992年

試験時間：120分

問題数：5問

配点：150点

第 1 問

- (1) 直線 $x + y = 2$ と円 $x^2 + y^2 = 5$ の交点の座標を求めよ.
- (2) 2 つの実数 a, b のうち, 大きい方を $\max\{a, b\}$ で表わす. ($a = b$ のときは, $\max\{a, b\} = a$ である.) 次の不等式を満たす点 (x, y) の存在する範囲を図示せよ.

$$1 \leq \max\{4x + 4y - 3, x^2 + y^2\} \leq 5$$

第 2 問

θ は $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲の角とする.

- (1) $\sin 3\theta = \sin 2\theta$ を満たす θ を求めよ.
- (2) m, n を 0 以上の整数とする. θ についての方程式 $\sin 3\theta = m \sin 2\theta + n \sin \theta$ が解を持つときの (m, n) と, そのときの解 θ を求めよ.

第 3 問

$\triangle ABC$ の外心 O から直線 BC , CA , AB に下ろした垂線の足をそれぞれ P , Q , R とするとき, $\overrightarrow{OP} + 2\overrightarrow{OQ} + 3\overrightarrow{OR} = \vec{0}$ が成立しているとする.

(1) $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ の関係式を求めよ.

(2) $\angle A$ の大きさを求めよ.

第 4 問

サイコロをくり返し n 回振って、出た目の数を掛け合わせた積を X とする．すなわち、 k 回目に出た目の数を Y_k とすると、 $X = Y_1 Y_2 \cdots Y_n$ である．

- (1) X が 3 で割りきれる確率 p_n を求めよ．
- (2) X が 4 で割りきれる確率 q_n を求めよ．

第 5 問

単位円 $x^2 + y^2 = 1$ に直線 $px + qy = 1$ ($p > 0, q > 0$) が接しているとする. この接線と x 軸, y 軸とで囲まれた三角形を y 軸のまわりに一回転してできる回転体の体積を V とする. 接線をいろいろ変えたときの V の最小値を求めよ. またそのときの接点の座標を求めよ.