

入学試験過去問題

数 学

京都大学（文系）

対象年度：1989年

試験時間：120分

問題数：5問

配点：150点

第 1 問

座標平面において，正方形 $D = \{(x, y) \mid |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$ を考える．行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ で表される一次変換 f によって D が D の部分集合にうつされるための必要十分条件は

$$|a| + |b| \leq 1 \quad \text{かつ} \quad |c| + |d| \leq 1$$

であることを証明せよ．

第 2 問

五つの実数 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 があり, どの a_i も他の四つの相加平均より大きくはないという. このような a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 をすべて求めよ.

第 3 問

座標平面内で、つぎの 3 曲線（うち一つは直線）に囲まれる部分の面積を求めよ．

$$y = -x^3 - 3x^2 - 3x - 2, \quad x = \sqrt{y+3} - 1, \quad y = 0$$

第 4 問

関数 $y = x^3 - ax$ のグラフ上の点 P における接線 T_P がこのグラフと再び交わる点を Q とする. ただし, T_P がこのグラフと共有する点が P 以外にないときは $Q = P$ と定める.

- (1) P の x 座標を c として, Q の座標を求めよ.
- (2) Q におけるこのグラフへの接線が T_P と直交するような P は何個あるか.

第 5 問

N 色 ($N \geq 3$) の絵の具のセットがある. 一つの立方体の面を各面独立に, 各色を確率 $\frac{1}{N}$ で選んで塗る. このとき, 塗られた結果が, 使用された色の数が 3 以内で, かつ, 同色の面が隣り合うことになっていない確率 $P(N)$ を求めよ. また, N の異なる値 a, b に対して, $P(a)$ と $P(b)$ の大きさを比較せよ.