1989年度入学試験問題

数　　学　（文系）

150点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページがある．
3. 問題は全部で5題ある．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．その場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

（30 点）

座標平面において，正方形 $D = \{(x,\ y) \mid |x| \leqq 1, |y| \leqq 1\}$ を考える．行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ で表される一次変換 f によって D が D の部分集合にうつされるための必要十分条件は

$$|a| + |b| \leqq 1 \quad \text{かつ} \quad |c| + |d| \leqq 1$$

であることを証明せよ．

2

（30 点）

五つの実数 $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5$ があり，どの a_i も他の四つの相加平均より大きくはないという．このような $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5$ をすべて求めよ．

3

（30 点）

座標平面内で，つぎの 3 曲線（うち一つは直線）に囲まれる部分の面積を求めよ．

$$y = -x^3 - 3x^2 - 3x - 2, \quad x = \sqrt{y+3} - 1, \quad y = 0$$

$\boxed{4}$ （30 点）

関数 $y = x^3 - ax$ のグラフ上の点 P における接線 T_{P} がこのグラフと再び交わる点を Q とする．ただし，T_{P} がこのグラフと共有する点が P 以外にないときは $\mathrm{Q} = \mathrm{P}$ と定める．

(1) P の x 座標を c として，Q の座標を求めよ．

(2) Q におけるこのグラフへの接線が T_{P} と直交するような P は何個あるか．

$\boxed{5}$ （30 点）

N 色（$N \geqq 3$）の絵の具のセットがある．一つの立方体の面を各面独立に，各色を確率 $\dfrac{1}{N}$ で選んで塗る．このとき，塗られた結果が，使用された色の数が 3 以内で，かつ，同色の面が隣り合うことになっていない確率 $P(N)$ を求めよ．また，N の異なる値 a，b に対して，$P(a)$ と $P(b)$ の大きさを比較せよ．

問題は，このページで終わりである。