

入学試験過去問題

数 学

京都大学（文系）

対象年度：1988年

試験時間：120分

問題数：5問

配点：150点

第 1 問

a は実数とする.

- (1) 方程式 $x^4 + 2ax^2 - a + 2 = 0$ が実数解をもたないような a の範囲を求めよ.
- (2) $x^4 + 2ax^2 - a + 2$ の最小値を $m(a)$ とする. a が (1) の範囲内にあるとき, $m(a)$ の最大値を求めよ.

第 2 問

三角形 ABC において、辺 AB , BC , CA をそれぞれ $2:1$ に内分する点を A_1 , B_1 , C_1 とし、また線分 A_1B_1 , B_1C_1 , C_1A_1 をそれぞれ $2:1$ に内分する点を A_2 , B_2 , C_2 とする。このとき、三角形 $A_2B_2C_2$ は三角形 ABC に相似であることを示せ。

第 3 問

実数 a, b に対し, $f(x) = x^2 + ax + b$, $g(x) = f(f(x))$ とする.

- (1) $g(x) - x$ は $f(x) - x$ で割り切れることを示せ.
- (2) $g(p) = p$ かつ $f(p) \neq p$ をみたす実数 p が存在するような点 (a, b) の範囲を図示せよ.

第 4 問

円 C 上に 2 つの定点 P, Q がある. C 上を動く点 X に対し, X から P, Q までの距離の積が最大となるのは, X がどのような点のときか.

第 5 問

一辺の長さが 1 の正方形と，一辺の長さが 2 の正方形でできたタイルが多数大きな袋に入っている．でたらめにタイルを一枚取り出すとき，小さいタイルが取り出される確率を p ，大きいタイルが取り出される確率を $q = 1 - p$ とする．縦の長さが 3，横の長さが 6 の長方形に，取り出されたタイルを敷きつめていくとき，ちょうど n 回でこの長方形が過不足なく敷きつめられる確率を求めよ．