1987年度入学試験問題

数　学　（文系）

150点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページがある．
3. 問題は全部で5題ある．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．その場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

（30 点）

x の 3 次式

$$f(x) = ax^3 + (a^2 + b)x^2 + (2ab + c)x + a^2 + b^2 - a$$

$$g(x) = ax^3 + (a^2 - b)x^2 + (a - 1)x + c^2 - b^2$$

および x の 2 次式

$$h(x) = x^2 + ax + b$$

を考える．（a，b，c は定数，$a \neq 0$）

$f(x)$，$g(x)$ はともに $h(x)$ で割り切れるか，または，ともに $h(x)$ では割り切れないかの，いずれかであることを示せ．

2

（30 点）

定数 a，p，q に対して，次のように x_n，y_n の列を作る．

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-a & -1-a \\ -1+a & -1+a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

(1) x_2，y_2，x_3，y_3 を求めよ．

(2) $\dfrac{1}{2} < a < \dfrac{3}{2}$ のとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} x_n$，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} y_n$ を求めよ．

3

（30 点）

正の数 a を用いた係数をもつ方程式 $a\{x - (a^2 + a - 2)\} + y + 2 = 0$ の定める直線が，x 軸，直線 $y = \dfrac{1}{2}x$ と交わる点を，それぞれ，A，B とする．このとき，A，B が次の 2 条件をみたすような正の数 a の範囲を求めよ．

(1) A は x 軸の正の部分にある．

(2) 原点 O と，A，B の 3 点は鈍角三角形を作る．

4

（30 点）

4 人でジャンケンをし，負けたものが順次去って，残りでジャンケンをして，勝者が一人になるまで続けるものとする．また，4 人はそれぞれ独立に，グー（石），チョキ（はさみ），パー（紙）を確率 $\frac{1}{3}$ で出すものとする．

(1) 1 回でゲームが終了する確率 p_1 および 2 回目の勝負が m 人（$m = 2, 3, 4$）で行われる確率 p_m を求めよ．

(2) 2 回でこのゲームが終了する確率 q を求めよ．

5

（30 点）

長さ 1 の針金を二つに切り，その一つで円周を作り，残りで 2 辺の長さの比が $1 : k$（k は正の定数）の長方形を作る．

(1) この円と長方形の面積の和を最小にするためには，針金をどのように切ればよいか．

(2) k をいろいろ変えたとき，(1) の円と長方形の面積の和の最小値 $S(k)$ が最大になるような k の値を求めよ．

問題は，このページで終わりである。