1986年度入学試験問題

数　　学　（文系）

150点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページがある．
3. 問題は全部で5題ある．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．その場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

（30 点）

すべては 0 でない n 個の実数 $a_1,\ a_2,\ \cdots\cdots,\ a_n$ があり，$a_1 \leqq a_2 \leqq \cdots\cdots \leqq a_n$ かつ $a_1 + a_2 + \cdots\cdots + a_n = 0$ を満たすとき，$a_1 + 2a_2 + \cdots\cdots + na_n > 0$ が成り立つことを証明せよ．

2

（30 点）

曲線 $y = x^3 + ax^2$ を C とし，C 上の点 $\mathrm{P} = (u,\ v)$ を通り，傾きが b の直線を L とする．$-1 < u < 1$ となる任意の u に対し，C と L が点 P 以外に共通点をもつような点 $(a,\ b)$ の範囲を図示せよ．

3

（30 点）

座標平面の原点を O とし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ とする．また α，β は 2 つの実数とする．任意の点 P に対しベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ の $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ への正射影を $\overrightarrow{\mathrm{OP}_1}$ （すなわち点 P_1 は P から O と A を通る直線へおろした垂線の足），$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ の $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ への正射影を $\overrightarrow{\mathrm{OP}_2}$ とし，一次変換 $f_{\alpha,\beta}$ を $f_{\alpha,\beta}(\overrightarrow{\mathrm{OP}}) = \alpha\overrightarrow{\mathrm{OP}_1} + \beta\overrightarrow{\mathrm{OP}_2}$ によって定める．

一次変換 g がどのような α，β に対しても $f_{\alpha,\beta} \circ g = g \circ f_{\alpha,\beta}$ （$\circ$ は変換の合成を表す）となるための必要十分条件は，ある α'，β' に対して $g = f_{\alpha',\beta'}$ となることである．これを証明せよ．

4

（30 点）

座標空間において，平面 $z=1$ 上に一辺の長さが 1 の正三角形 ABC がある．点 A，B，C から平面 $z=0$ におろした垂線の足をそれぞれ D，E，F とする．動点 P は A から B の方向へ出発し，一定の速さで △ABC の周を一周する．動点 Q は同時に E から F の方向へ出発し，P と同じ一定の速さで △DEF の周を一周する．線分 PQ が通過してできる曲面と △ABC，△DEF によって囲まれる立体を V とする．

(1) 平面 $z=a$（$0 \leqq a \leqq 1$）による V の切り口はどのような図形か．

(2) V の体積を求めよ．

5

（30 点）

n 個のサイコロを同時にふり，出た目の数の最大のものを M_n，最小のものを m_n とするとき，$M_n - m_n > 1$ となる確率を求めよ．

問題は，このページで終わりである。