# 1984年度入学試験問題

# 数　　学　（文系）

150点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

**（注　意）**

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページがある．
3. 問題は全部で5題ある．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．その場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

## 1

（30 点）

方程式 $xy = 1$ によって与えられる双曲線を $C$ とし，また次のように，行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ によって定義される 1 次変換を $f$ とする．

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

1 次変換 $f$ が双曲線 $C$ を $C$ 自身の上へ写すための（$a$，$b$，$c$，$d$ についての）必要十分条件を求めよ．

## 2

（30 点）

定数 $c$（$c \neq 0$）に対して，等式 $f(x+c) = f(x)$ がすべての $x$ について成り立つとき，関数 $f(x)$ は周期関数であるといい，またこの等式を満たすような正の数 $c$ のうちの最小値を，$f(x)$ の周期という．次の関数は周期関数であることを示し，またその周期を求めよ．

(1)　$f(x) = 2^{\sin x}$

(2)　$f(x) = \sin(\sin x)$

## 3

（30 点）

実数 $t$ の値によって定まる点 $\mathrm{P}\,(t+1,\ t)$ と $\mathrm{Q}\,(t-1,\ -t)$ がある．

$t$ が区間 $[0, 1] = \{t \mid 0 \leqq t \leqq 1\}$ を動くとき，線分 PQ が通過する範囲の面積を求めよ．

## 4

（30 点）

$f(x)$ と $g(x)$ はいずれも $x$ の整式で，次の条件を満たしているとする．

（イ） $f(x) = \{g(x)\}^2 + a$（ただし $a$ はある実数.）

（ロ） $g'(x) = x + 1$（ただし $g'(x)$ は $g(x)$ の導関数を表す.）

（ハ） $f(-1) = f(1) = 0$

実数 $k$ を定数とするとき，$y = f(x)$ のグラフと $y = g(x) + k$ のグラフとの（$k$ の値によって変わる）交点の個数を求めよ．

## 5

（30 点）

つぼの中に $r$ 個（$r \geqq 1$）の赤球と，$s$ 個（$s \geqq 0$）の白球が入っている．$A$ と $B$ の 2 人が，交互に球を 1 個ずつとり出し，先に赤球をとり出した者を勝者とするゲームをする．ただし，とり出した球は，もとにもどさないものとする．

(1) ちょうど $i$ 回目（すなわち $A$，$B$2 人のとり出した球の合計が，ちょうど $i$ 個になった時）に勝者がきまる確率を $P_i$ とするとき，$P_i \geqq P_{i+1}$（$i = 1, 2, \cdots$）となることを示せ．

(2) このゲームを $A$ からはじめるとする．任意の $r$，$s$ に対して，$A$ が勝者となる確率は，$\dfrac{1}{2}$ またはそれ以上であることを示せ．

**問題は，このページで終わりである。**