

入学試験過去問題

数 学

京都大学（文系）

対象年度：1982年

試験時間：120分

問題数：5問

配点：150点

第 1 問

$0 \leq x, 0 \leq y, 0 \leq z$ で定まる空間の部分を A とし, $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1$ で定まる立方体を C とする. t が $0 < t < 3$ の範囲で動くとき, 平面 $x + y + z = t$ による, A および C の切り口の面積を, それぞれ $T(t)$ および $S(t)$ とする.

- (1) $T(t)$ を求めよ.
- (2) $S(t)$ の最大値を求めよ.

第 2 問

校庭に、南北の方向に 1 本の白線が引いてある．ある人が、白線上の A 点から西へ 5 メートルの点に立ち、銅貨を投げて、表が出たときは東へ 1 メートル進み、裏が出たときは北へ 1 メートル進む．白線に達するまで、これを続ける．

- (1) A 点から n メートル北の点に到達する確率 p_n を求めよ．
- (2) p_n を最大にする n を求めよ．

第 3 問

C を $y = x^3 - x$ のグラフ, P を原点と異なる C 上の点とする.

- (1) 点 P における曲線 C の接線は, P と異なる点 Q で C と交わることを示せ.
- (2) 曲線 C と線分 PQ で囲まれた部分は, y 軸 $x = 0$ によって, どのような面積の比に分けられるか.

第 4 問

$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ および $b \neq 0$ をみたす行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ について、次のことを示せ.

- (1) 一次変換 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ において、点 $P(x, y)$ とその像 $Q(x', y')$ を結ぶ線分の midpoint は、原点を通る定直線 l 上にある.
- (2) (1) において、線分 PQ がつねに定直線 l と垂直であるための必要十分条件は、 $b = c$ である.

第 5 問

平面上に四辺形 $ABCD$ があって、どの頂点も、残りの頂点で作る三角形の外部にある。 $\triangle BCD$ の重心を A_1 、 $\triangle CDA$ の重心を B_1 、 $\triangle DAB$ の重心を C_1 、 $\triangle ABC$ の重心を D_1 として、四辺形 $A_1B_1C_1D_1$ を作る。

- (1) 線分 AA_1 、 BB_1 、 CC_1 、 DD_1 は 1 点 P を共有することを示せ。
- (2) (1) において、点 P は各線分をどのような比に分けるか。