1982年度入学試験問題

数　　学　（文系）

150点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページがある．
3. 問題は全部で5題ある．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．その場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

（30 点）

$0 \leqq x$，$0 \leqq y$，$0 \leqq z$ で定まる空間の部分を A とし，$0 \leqq x \leqq 1$，$0 \leqq y \leqq 1$，$0 \leqq z \leqq 1$ で定まる立方体を C とする．t が $0 < t < 3$ の範囲で動くとき，平面 $x + y + z = t$ による，A および C の切り口の面積を，それぞれ $T(t)$ および $S(t)$ とする．

(1) $T(t)$ を求めよ．

(2) $S(t)$ の最大値を求めよ．

2

（30 点）

校庭に，南北の方向に 1 本の白線が引いてある．ある人が，白線上の A 点から西へ 5 メートルの点に立ち，銅貨を投げて，表が出たときは東へ 1 メートル進み，裏が出たときは北へ 1 メートル進む．白線に達するまで，これを続ける．

(1) A 点から n メートル北の点に到達する確率 p_n を求めよ．

(2) p_n を最大にする n を求めよ．

3

（30 点）

C を $y = x^3 - x$ のグラフ，P を原点と異なる C 上の点とする．

(1) 点 P における曲線 C の接線は，P と異なる点 Q で C と交わることを示せ．

(2) 曲線 C と線分 PQ で囲まれた部分は，y 軸 $x = 0$ によって，どのような面積の比に分けられるか．

4

（30 点）

$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ および $b \neq 0$ をみたす行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ について，次のことを示せ．

(1) 一次変換 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ において，点 $\mathrm{P}\,(x,\ y)$ とその像 $\mathrm{Q}\,(x',\ y')$ を結ぶ線分の中点は，原点を通る定直線 l 上にある．

(2) (1) において，線分 PQ がつねに定直線 l と垂直であるための必要十分条件は，$b = c$ である．

5

（30 点）

平面上に四辺形 ABCD があって，どの頂点も，残りの頂点の作る三角形の外部にある．△BCD の重心を A_1，△CDA の重心を B_1，△DAB の重心を C_1，△ABC の重心を D_1 として，四辺形 $\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1\mathrm{C}_1\mathrm{D}_1$ を作る．

(1) 線分 AA_1，BB_1，CC_1，DD_1 は 1 点 P を共有することを示せ．

(2) (1) において，点 P は各線分をどのような比に分けるか．

問題は，このページで終わりである。