

入学試験過去問題

数 学

京都大学（文系）

対象年度：1980年

試験時間：120分

問題数：5問

配点：150点

第 1 問

2 つの行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ だけを使い, 乗法で得られる行列 (A, B いずれも何回も使ってよい) 全部を求めよ.

第 2 問

凸四辺形 $ABCD$ の辺 AB , BC , CD , DA 上をそれぞれ一定速度で動く動点 P , Q , R , S が, 時刻 $t = 0$ のときそれぞれ A , B , C , D を出発し, 時刻 $t = 1$ のときそれぞれ B , C , D , A に達するものとする. 四辺形 $PQRS$ の面積を t ($0 \leq t \leq 1$) の関数として表せ. またこの関数の最小値について調べよ.

第 3 問

$f(x)$ が n 次の多項式で $n \geq 2$ であるとき, $f(x) + f(x+1) - 2 \int_0^1 f(x+t) dt$ は $n-2$ 次であることを示せ.

第 4 問

A 君は次のように考えた.

「サイコロを 6 回ふることにする. $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ のおのおのについて, m 回目に 1 の目が出る確率は $\frac{1}{6}$ である. したがって, 6 回のうちに少なくとも 1 回 1 の目が出る確率は

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$$

である. すなわち, サイコロを 6 回ふれば少なくとも 1 回は 1 の目が出る.」

A 君の考えは正しいかどうかをいえ. もし正しくないならば, 誤りの原因を, なるべく簡潔に指摘せよ.

第 5 問

互いに異なる n 個 ($n \geq 3$) の正の数の集合 $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ が次の性質をもつという.

「 S から相異なる要素 a_i, a_j をとれば $a_i - a_j, a_j - a_i$ の少くとも一方は必ず S に属する」

このとき, $a_1, a_2, \dots, a_n$ の順序を適当に変えれば等差数列になることを示せ.