

入学試験過去問題

数 学

京都大学（文系）

対象年度：1977年

試験時間：150分

問題数：6問

配点：200点

第 1 問

2 次方程式 $x^2 + x - 1 = 0$ の 2 つの根 (解) a, b を成分にもつ, 平面上のベクトル $\vec{u} = (a, b)$ を考える. 同じ平面上のベクトル $\vec{v} = (c, d)$ で, $\vec{u}$ と直交し, 長さが 1 であるものの成分 c, d を 2 つの根にもつ 2 次方程式を求めよ.

第 2 問

正の数 a に対し、関数 $f(x) = ax - (1 + a^4)x^3$ を考える。この関数のグラフが x 軸の正の部分と交わる点の x 座標を c とし、積分

$$S_a = \int_0^c f(x) dx$$

を考える。 a をいろいろ変えたとき、 S_a の値が最大になるような a の値を求めよ。

第 3 問

n 個の自然数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ を, 次の 2 条件 (1), (2) を同時にみたすように選ぶとき, 選び方は何通りあるか.

- (1) どの a_i も $1, 2, \dots, m$ ($m > n$) の中から選ぶ.
- (2) $a_1, a_2, \dots, a_n$ のうち, 適当な $n - 1$ 個を選べば, それらは互いに異なる.

第 4 問

- (1) サイコロを 1 回または 2 回ふり、最後に出た目の数を得点とするゲームを考える.
1 回ふって出た目を見た上で、2 回目をふるか否かを決めるのであるが、どのように決めるのが有利であるか.
- (2) 上と同様のゲームで、3 回ふることも許されるとしたら、2 回目、3 回目をふるか否かの決定は、どのようにするのが有利か.

第 5 問

p が素数であれば, どんな自然数 n についても $n^p - n$ は p で割り切れる. このことを, n についての数学的帰納法で証明せよ.

第 6 問

$AB > AC$ であるような $\triangle ABC$ において、辺 BC の三等分点 M, N をとる ($BM = MN = NC$)。このとき、

- (1) AM と AN の大小関係をしらべよ。
- (2) $\angle BAM$ と $\angle CAN$ との大小関係をしらべよ。