1977年度入学試験問題

数　学　（文系）

200点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページがある．
3. 問題は全部で6題ある．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．その場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

（30 点）

2 次方程式 $x^2+x-1=0$ の 2 つの根（解）a，b を成分にもつ，平面上のベクトル $\overrightarrow{u}=(a,\ b)$ を考える．同じ平面上のベクトル $\overrightarrow{v}=(c,\ d)$ で，$\overrightarrow{u}$ と直交し，長さが 1 であるものの成分 c，d を 2 つの根にもつ 2 次方程式を求めよ．

2

（30 点）

正の数 a に対し，関数 $f(x)=ax-(1+a^4)x^3$ を考える．この関数のグラフが x 軸の正の部分と交わる点の x 座標を c とし，積分

$$S_a=\int_0^c f(x)\,dx$$

を考える．a をいろいろ変えたとき，S_a の値が最大になるような a の値を求めよ．

3

（35 点）

n 個の自然数 $a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n$ を，次の 2 条件 (1)，(2) を同時にみたすように選ぶとき，選び方は何通りあるか．

(1)　どの a_i も $1,\ 2,\ \cdots,\ m$（$m>n$）の中から選ぶ．

(2)　$a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n$ のうち，適当な $n-1$ 個を選べば，それらは互いに異なる．

4

（35 点）

(1) サイコロを 1 回または 2 回ふり，最後に出た目の数を得点とするゲームを考える．1 回ふって出た目を見た上で，2 回目をふるか否かを決めるのであるが，どのように決めるのが有利であるか．

(2) 上と同様のゲームで，3 回ふることも許されるとしたら，2 回目，3 回目をふるか否かの決定は，どのようにするのが有利か．

5

（35 点）

p が素数であれば，どんな自然数 n についても $n^p - n$ は p で割り切れる．このことを，n についての数学的帰納法で証明せよ．

6

（35 点）

$\mathrm{AB} > \mathrm{AC}$ であるような $\triangle\mathrm{ABC}$ において，辺 BC の三等分点 M，N をとる（$\mathrm{BM} = \mathrm{MN} = \mathrm{NC}$）．このとき，

(1) AM と AN の大小関係をしらべよ．

(2) $\angle\mathrm{BAM}$ と $\angle\mathrm{CAN}$ との大小関係をしらべよ．

問題は，このページで終わりである。