1976年度入学試験問題

数　学　（文系）

200点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページがある．
3. 問題は全部で6題ある．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．その場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

（30 点）

(1) 多項式 $f(x) = x^n$ が，区間 $-\dfrac{1}{2} \leqq x \leqq \dfrac{1}{2}$ において不等式 $|f(x)| < \dfrac{1}{1000}$ をみたすためには，n をどのようにとればよいか．

(2) 最高次の係数が 1 である多項式 $g(x)$ で，区間 $0 \leqq x \leqq 1$ において不等式 $|g(x)| < \dfrac{1}{1000}$ をみたし，さらに $10000 < |g(3)| < 100000$ であるようなものの例を 1 つあげよ．

2

（30 点）

1 つの平面内にある，いくつかの $\overrightarrow{0}$ でないベクトルからなる集合 S が条件

$$「\overrightarrow{a},\ \overrightarrow{b} \text{ が } S \text{ のベクトルであれば } \frac{2(\overrightarrow{a},\overrightarrow{b})}{(\overrightarrow{b},\overrightarrow{b})} \text{ は整数である}」$$

をみたしているという．ただし，$(\overrightarrow{a},\overrightarrow{b})$ 等はベクトルの内積をあらわす．

(1) S の 2 つのベクトルの間の角は，$0°$，$30°$，$45°$，$60°$，$90°$ およびこれらの補角のうちの 1 つであることを示せ．

(2) (1) において，角が $0°$，$30°$，$60°$ の場合には，2 つのベクトルの長さの比はどうなるか．

(3) $30°$ の角をなすベクトル $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$ を含み，12 個のベクトルからなる集合 S の例を図示し，各ベクトルを $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$ であらわせ．

3

（35 点）

多項式 $f(x)$ で，等式

$$f(x)f'(x) + \int_1^x f(t)\,dt = \frac{4}{9}x - \frac{4}{9}$$

をみたしているものをすべて求めよ．ただし，$f'(x)$ は $f(x)$ の導関数をあらわす．

4

（35 点）

(1) 点 $(x,\ y)$ が直線 $y = ax$ の上を動くとき，点 $(2x - y,\ x - 2y)$ は原点を通る 1 つの直線 l の上を動くことを示せ.

(2) (1) における 2 つの直線 $y = ax$ と l とが一致するような a の値は 2 つあることを示し，そのような a の値を a_1，a_2 とするとき，2 つの直線 $y = a_1x$ と $y = a_2x$ との間の角を求めよ.

5

（35 点）

初項 $a_1 = 2$，第 2 項 $a_2 = 3$ であるような数列で，一般項 a_n が簡単な式で与えられるものを作りたい．A，B，C，D は n または定数，$*$ は四則演算（$+$，$-$，$\times$，$\div$）のうちのいずれか，A^n は A の n 乗をあらわすとき，

(1) $a_n = A * B * C * D$ の形の式で与えられる数列

(2) $a_n = A^n * B * C$ の形の式で与えられる数列

で，$a_1 = 2$，$a_2 = 3$ をみたすものをそれぞれ 3 つずつ，合わせて 6 つの相異なる数列を作れ．ただし，1 つの式の中の $*$ は異なる四則演算を使ってもよく，$+0$，$\times 1$ 等は省略してよい.

6

（35 点）

曲線 $y = \alpha x^3 - \beta x$（$\alpha \neq 0$）の上にある 2 点 P，Q において，この曲線の接線がいずれも線分 PQ と垂直になっているという.

(1) このような 2 点 P，Q は原点に関して対称な位置にあることを示せ.

(2) また，このような 2 点 P，Q があるためには $(\alpha,\ \beta)$ はどのような範囲になければならないか.

問題は，このページで終わりである。