

入学試験過去問題

数 学

京都大学（文系）

対象年度：1974年

試験時間：150分

問題数：6問

配点：200点

第 1 問

二次関数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c は実数, $a \neq 0$) のグラフが三点 $(1, 3)$, $(2, 6)$, $(-1, 9)$ を通るという. この関数 y の値が最小になるのは, x がどの値のときか.

第 2 問

$\triangle ABC$ において、辺 AB , BC の長さがそれぞれ 2cm , 5cm であって、 $\triangle ABC$ の面積は 4cm^2 である． $\angle ABC = \theta$ とおくとき、 $|\cos \theta|$ を求めよ．

第 3 問

$(x^3 + \sqrt{2}x^2 + \sqrt[3]{3}x + 1)^{100}$ を展開したときの, x^{296} の係数を求めよ.

第 4 問

$F(x)$, $g(x)$ が x の多項式で, 次の三条件をみたすものとする. $F(x)$ および $g(x)$ を求めよ.

(1) $\frac{dF(x)}{dx} = g(x)$.

(2) $F(x)$ は $g(x)$ で割りきれ.

(3) $g(x)$ は n 次式で, x^n の係数は 1, x^{n-1} の係数は 0 である.

第 5 問

正の定数 a, b に対し, 不等式 $4m < n^2 < 4m + \frac{a}{\sqrt{m}} + \frac{b}{m}$ を考え, 次の問いに答えよ.

- (1) $m > 0$, かつ m, n ともに整数であって, この不等式をみたすような m, n の組は有限個しか存在しないことを証明せよ.
- (2) $a = 8, b = 9, m \geq 9$ であるときは, 上の不等式をみたす整数 m, n の組は $n^2 = 4m + 1$ をみたすことを証明せよ.
- (3) (2) の場合の m, n の組のうち, n が最も大きいものを求めよ.

第 6 問

- (1) $\triangle OP_0P_1$ が与えられている．辺 P_0O 上に点 $P_2, P_4, \dots, P_{2n}, \dots$ を，また辺 P_1O 上に点 $P_3, P_5, \dots, P_{2n+1}, \dots$ を適当にとって，次の三条件 (i)～(iii) がみたされるようにしうるための， $\triangle OP_0P_1$ についての条件を求めよ．
- (i) $P_0, P_2, P_4, \dots, P_{2n}, \dots$ はこの順に線分 P_0O 上にならび，しかも n が大きくなるに従って， O に近づく．
 - (ii) $P_1, P_3, P_5, \dots, P_{2n+1}, \dots$ はこの順に線分 P_1O にならんでいる．
 - (iii) $\triangle P_{n-1}P_nP_{n+1} \sim \triangle P_nP_{n+1}P_{n+2}$ が， n のどの自然数値に対しても成立する．
(ここでいう相似は，左辺の三角形の P_{n-1}, P_n, P_{n+1} が右辺の三角形の P_n, P_{n+1}, P_{n+2} に順次対応した相似を意味する．)
- (2) 上のように点がとれたとき， $\triangle P_{n-1}P_nP_{n+1}$ の面積を第 n 項 ($n = 1, 2, \dots$) とする数列は
- (i) いつでも等比数列である
 - (ii) 等比数列になる場合もあり，等比数列にならない場合もある
 - (iii) けっして等比数列にはならない
- のどれが正しいか，理由を付して答えよ．